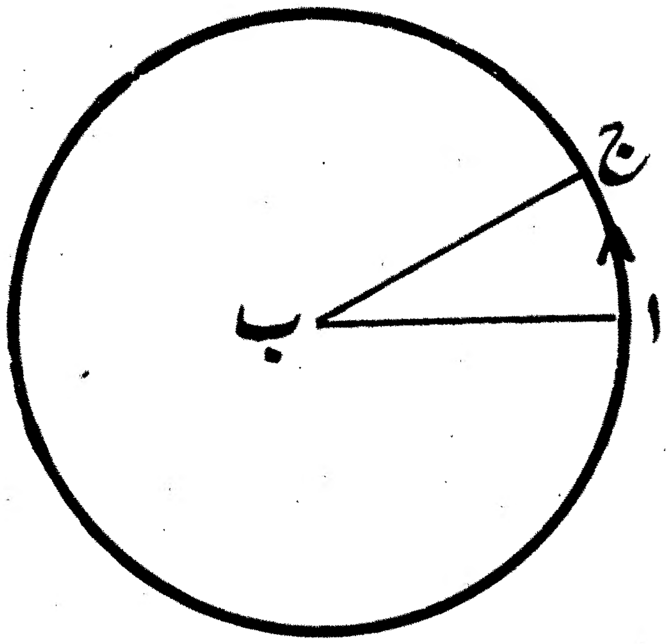
نماید و به موقعیت ابتدائی خود برسد یک خط منحنی بسته را ترسیم میکند که بنام دایره یاد می شود که نقطهٔ ثابت را مرکز دایرهٔ مذکور گویند .

اکنون اگر این خط منحنی بسته را که محیط دایره نامیده می شود بر ۳۶۰ حصهٔ مساوی تقسیم نمائیم ، هر حصهٔ آنرا قوس یک درجه گویند و زاویه‌ٔ را که درمقابل این قوس بوده و در مرکز قرار دارد زاویهٔ یک درجه می نامند .



این شعاع خطی که از یکطرف دایره را ترسیم میکند و از طرف دیگر در مرکز دایره زاویه می سازد بنام شعاع دایره و ضلع زاویه یاد می شود .

دایره :

دایره سطحی است که بواسطهٔ یک خط منحنی بسته احاطه شده باشد و تمام نقاط خط منحنی مذکور که محیط دایره نامیده می شود از مرکز دایره فاصلهٔ مساوی دارد .

سطح :

سطح وسعتی است که توسط خطوط محدود شده و دارای طول و عرض بوده اما

ضخامت ندارد . سطح از لول خوردن خط بدست می آید .
اشکال منظم هندسی که توسط خطوط منحنی یا قطعه خط های مستقیم محدود شده باشند دارای سطوح مستوی می باشند ، مانند مثلث ، چهارضلعی ، پنج ضلعی دایره و غیره .
اشکال توسط قطعه خط های مستقیم اما دایره و بیضوی توسط خطوط منحنی بسته احاطه شده اند . ساده ترین شکل هندسی که توسط سه قطعه خط مستقیم احاطه شده باشد بنام مثلث یاد میگردد .

سطح بر دو قسم است :

۱- سطح مستوی مانند روی آب ، میز و کاغذ .

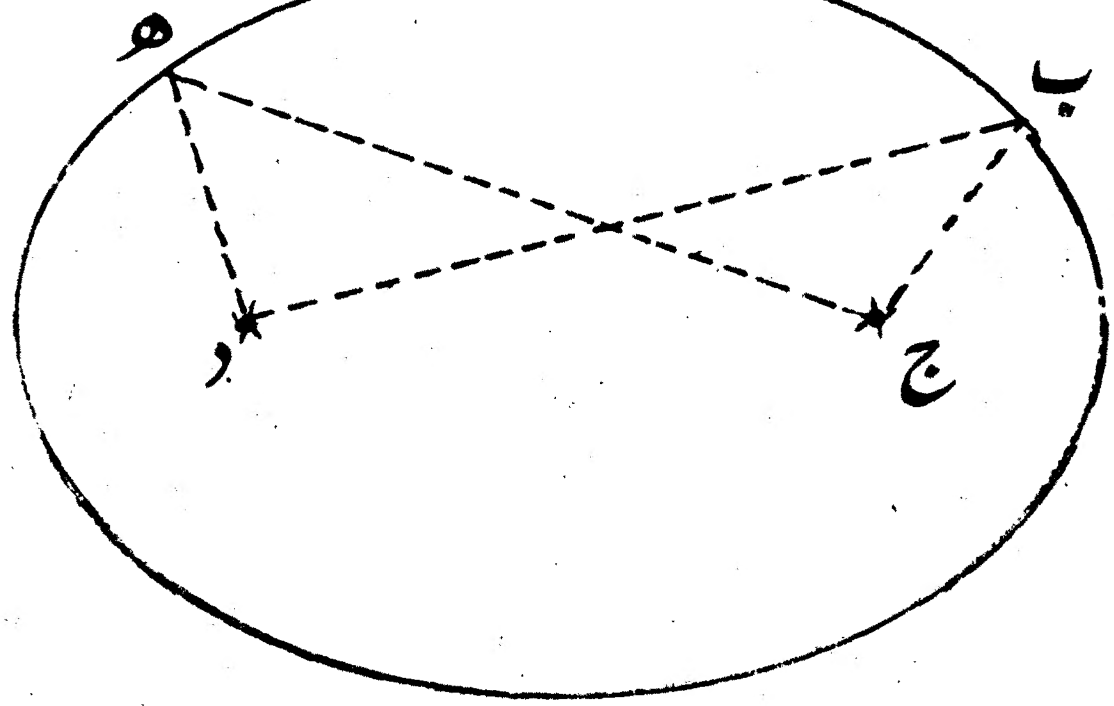
۲ - سطح منحنی مانند سطح کره ، تربوز و توپ والیبال .

بیضوی :

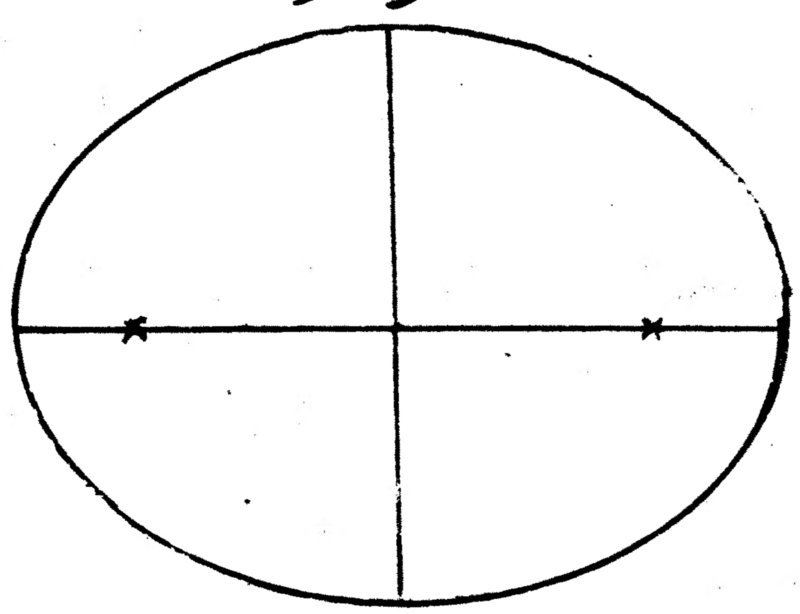
بیضوی سطحی است که توسط خط منحنی بسته و احاطه شده است . طوریکه مجموع فواصل تمام نقاط محیطش از دو نقطهٔ ثابت موسوم به مراکز بیضوی باهم مساوی باشد .

چنانچه در شکل ذیل دیده می شود که :

$$\overline{\text{بج}} + \overline{\text{بد}} = \overline{\text{هج}} + \overline{\text{هد}}$$



قطعه خط مستقیمی که دو نقطهٔ محیط بیضوی را باهم وصل می نماید و از هردو نقطهٔ ثابت میگذرد بنام قطر اطول یا محور کلان بیضوی یاد می شود .



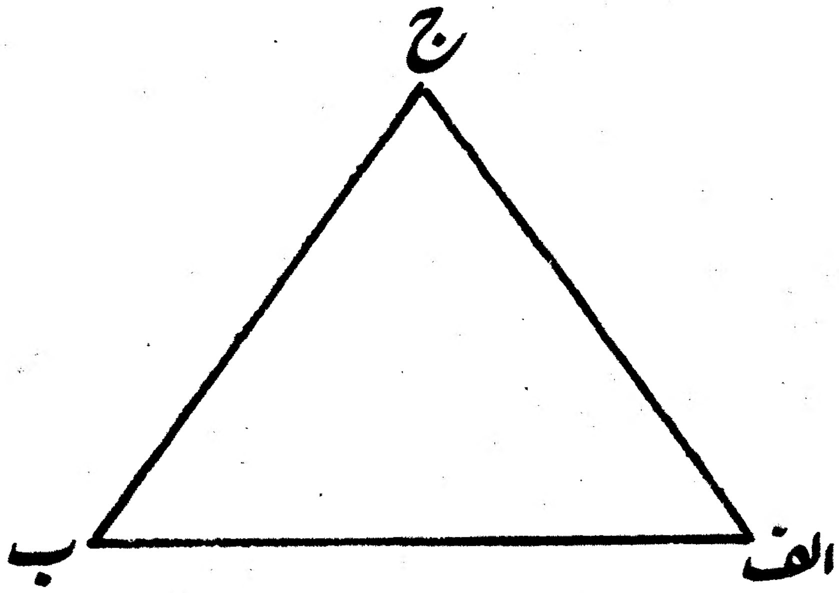
قطعه خط مستقیمی که دو نقطهٔ محیط بیضوی را باهم وصل می نماید و فاصلهٔ بین هر دو نقطهٔ ثابت را نصف میکند به نام قطر اقصر یا محور خورد بیضوی یاد می شود .

مثلث :

مثلث سطحی است که توسط سه قطعه خط محدود شده باشد .

هر قطعه خط آنرا ضلع مثلث و نقطهٔ تقاطع دو ضلع آنرا رأس مثلث و کنج راکه در زیر رأس بوجود می آید زاویهٔ داخلی آن میگویید .

هر مثلث دارای سه ضلع ، سه راس و سه زاویهٔ داخلی میباشد که مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰ درجه می شود .

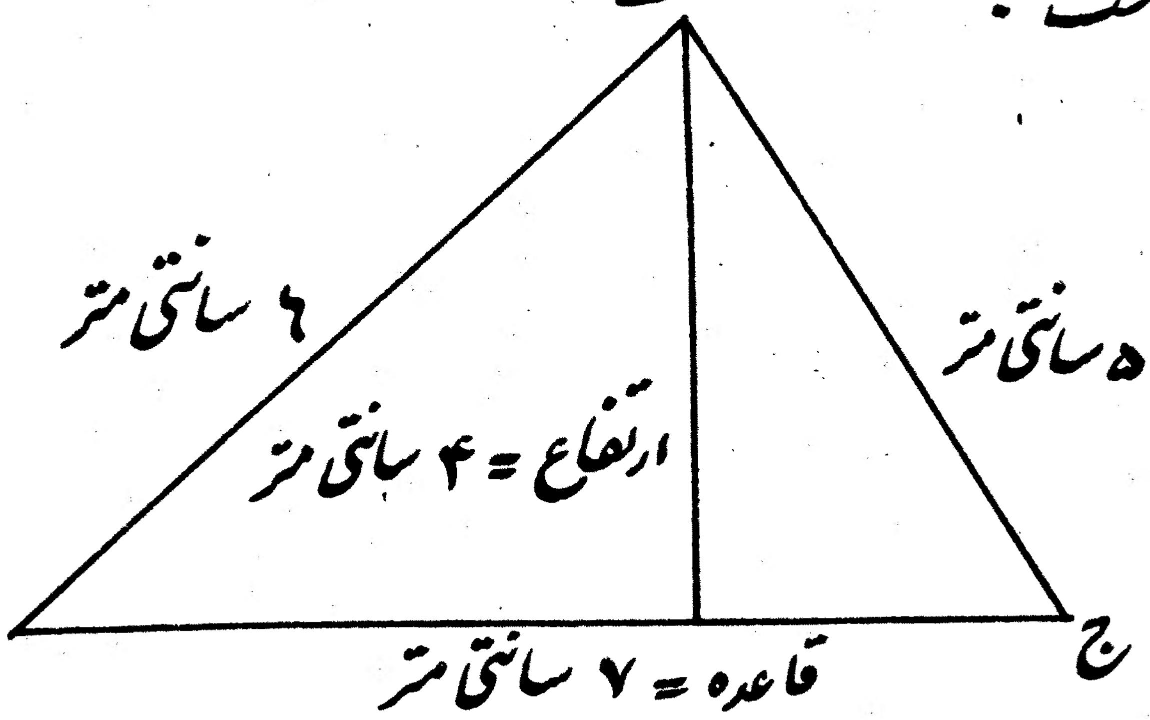


یاداشت :

اضلاع مثلث را قاعده های مثلث نیز گفته می شوند .

خطی که از یک رأس مثلث بر ضلع مقابل آن عموداً رسم شده باشد آنرا

ارتفاع مثلث گویند، و اگر همین خط ضلع مقابل را نصف نماید درینصورت به نام ناصف عمودی یاد می شود و اگر زاویهٔ رأس را نصف نماید آنرا ناصف الزاویه گویند. پس هر مثلث دارای سه قاعده، سه ارتفاع، سه ناصف الزاویه است.



محیط مثلث :- مجموع طول اضلاع مثلث را محیط مثلث گویند.

چنانچه در شکل فوق $\overline{\text{الف ب}}$ = ۶ سانتی متر

$\overline{\text{ب ج}}$ = ۷ سانتی متر

$\overline{\text{ج الف}}$ = ۵ سانتی متر طول دارد.

پس محیط آن = $\overline{\text{الف ب}}$ + $\overline{\text{ب ج}}$ + $\overline{\text{ج الف}}$ = ۶ سانتی متر + ۷ سانتی متر + ۵ سانتی متر

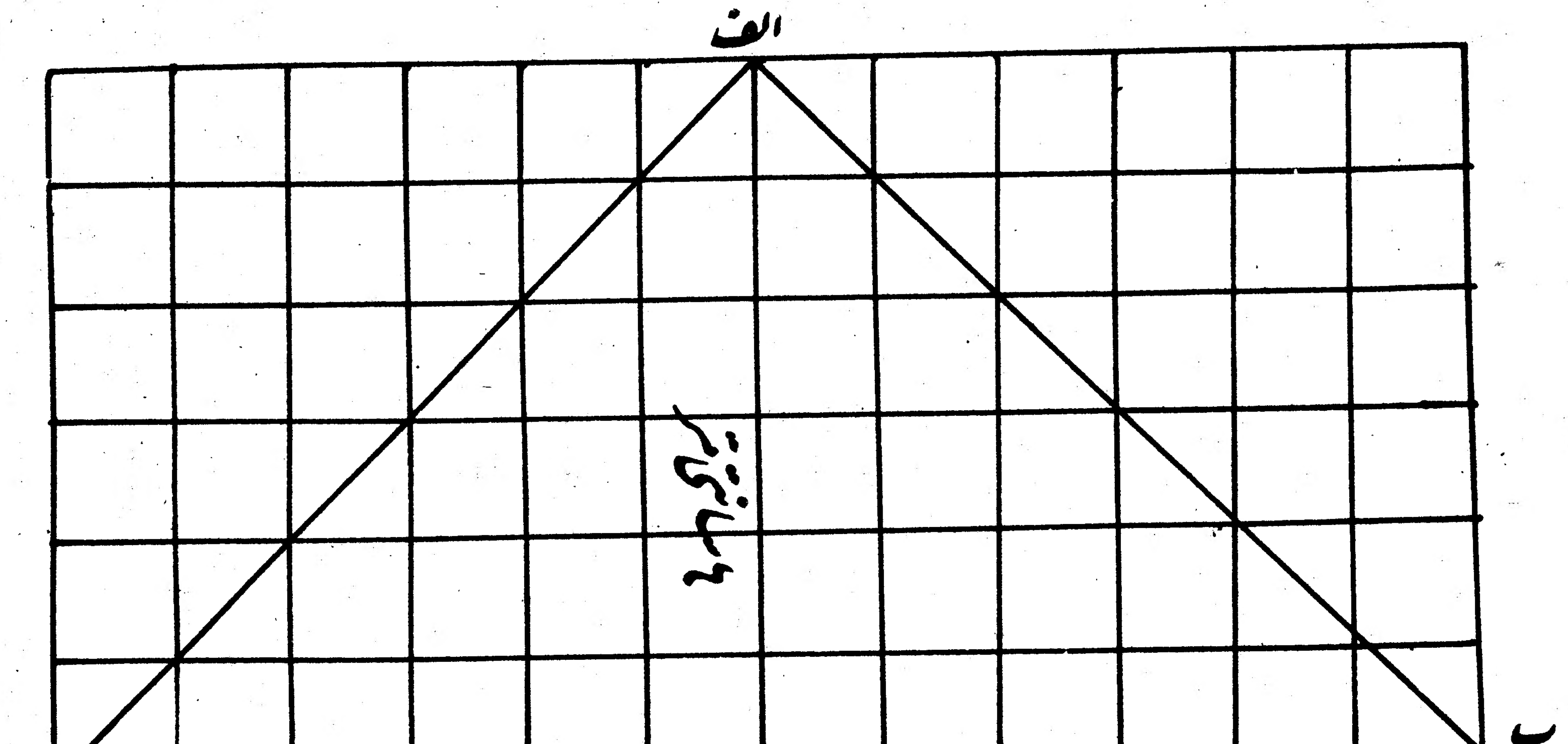
= ۱۸ سانتی متر می شود.

مساحهٔ مثلث : مساحهٔ مثلث با واحد مقیاس سطح مساوی است که در مثلث مذکور وجود دارد . چنانچه در مثلث (△ ا ب ج) دیده می شود که ۳۰ مربع کامل و ۱۲ مربع نصف شده در آن وجود دارند و مجموعاً ۳۶ مربع مکمل می شوند .

چون قاعدهٔ مثلث (△ ا ب ج) ۱۲ واحد (۱۲ سانتی متر) و ارتفاع آن ۶ واحد (۶ سانتی متر) است پس از روی حساب می نویسیم :

۳۰ + ۱۲ ÷ ۲ = ۳۰ + $\frac{۱۲}{۲}$ = ۳۰ + ۶ = ۳۶ سانتی متر مربع

پس مساحت مثلث = قاعده × ارتفاع ÷ ۲



مثال :

مساحهٔ مثلثی را معلوم نمائید که طول قاعدهٔ آن ۲۵ سانتی متر و ارتفاع آن ۱۵ سانتی متر باشد .

حل :- چون مساحهٔ مثلث = قاعده × ارتفاع ÷ ۲ است .

پس مساحهٔ این مثلث = ۲۵ × ۱۵ ÷ ۲

= ۳۷۵ ÷ ۲

= $۱۸۷\frac{۱}{۲}$ یا ۱۸۷،۵ سانتی متر مربع

تمرین

۱- هندسه را تعریف نمائید .

۲- نقطه و خط از هم چه فرق دارند ؟

۳- سطح را تعریف نمائید .

۴- مثلث را تعریف نمائید .

۵- هر مثلث چند قاعده دارد ؟

۶- ارتفاع مثلث را تعریف نمائید .

۷ - محیط و مساحه مثلث قایم الزاویه را دریافت نمائید طوریکه وتر آن ۵ سانتی متر و طول هر ضلع قایم آن ۳ سانتی متر باشد ؟

(در مثلث قایم الزاویه یک ضلع قاعده و دیگری ارتفاع میباشد)

۸- اگر قاعدهٔ یک مثلث ۵ سانتی متر و ارتفاع آن ۴ سانتی متر باشد مساحت آن چقدر خواهد بود ؟

۹- طول اضلاع یک مثلث به ترتیب (۴ ، ۵ ، ۶) سانتی متر است محیط آنرا دریافت نمائید .

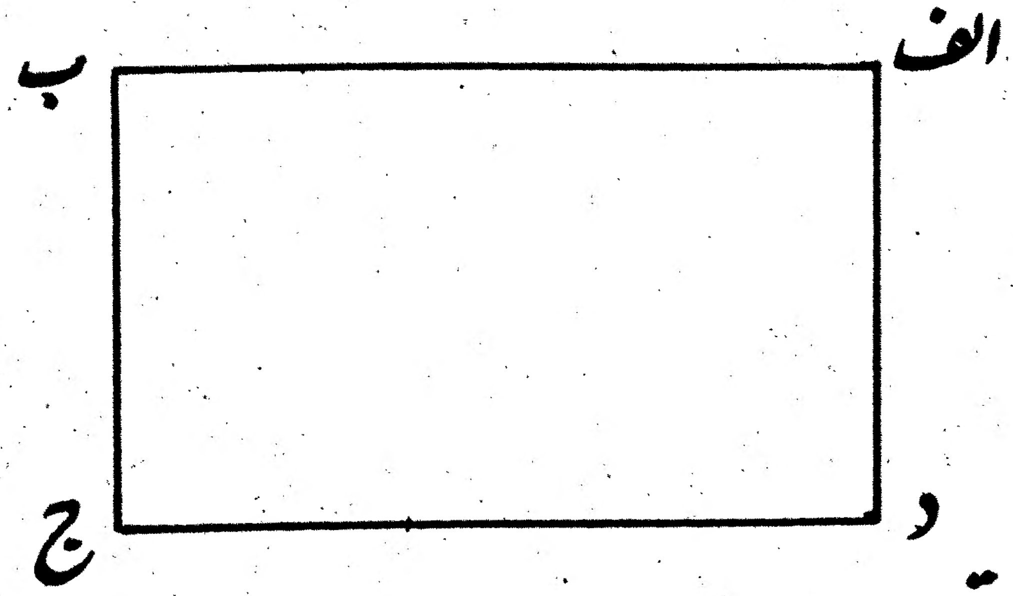
۱۰- زاویه و دایره چگونه بوجود می آیند ؟

۱۱ - دایره را تعریف نمائید .

۱۲ - بیضوی را تعریف نمائید .

چهارضلعی :

سطح مستوی که توسط چهار قطعه خط مستقیم احاطه شده باشد بنام چهارضلعی یاد می شود. هرچهارضلعی چهار ضلع ، چهار رأس و چهار زاویه دارد که مجموع زوایای داخلی آن ۳۶۰° میباشد.

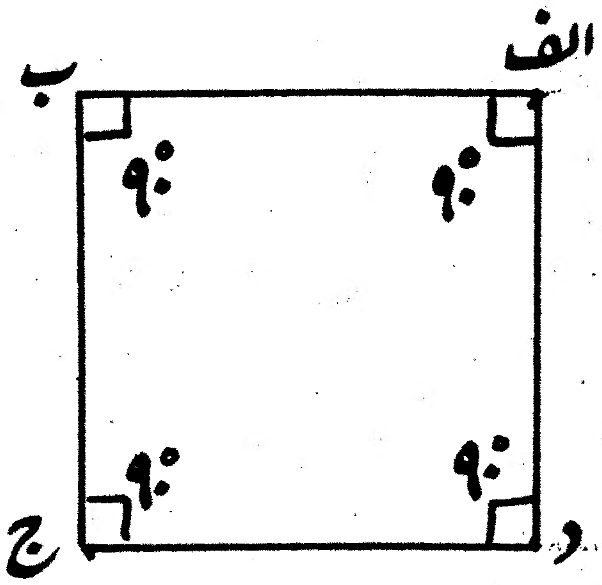


چهارضلعی بر شش قسم است : مربع ، معین ، مستطیل ، شبه معین ، ذوذنقه منحرف .

محیط چهارضلعی : محیط هرچهارضلعی با مجموع طول های اضلاع آن مساوی است.

۱ـ مربع :

مربع شکل چهارضلعی است که هرچهارضلع آن باهم مساوی و اضلاع مقابل آن باهم موازی باشند و همچنین هرچهار زاویهٔ آن قایمه (۹۰°) باشد مانند مربع ا ب ج د



محیط مربع :- مجموع طول هر چهار ضلع مربع عبارت از محیط مربع است.
یا اینکه محیط مربع = ضلع مربع × ۴

مثال :- محیط مربعی را دریافت نمائید که طول هر ضلع آن ۱۲ سانتی متر باشد.

حل :- محیط مربع = ضلع × ۴ = ۱۲ × ۴ = ۴۸ سانتی متر

مساحهٔ مربع :-

اگر به شکل ذیل دقت نمائیم طول هر ضلع آن ۴ واحد طول یعنی ۴ انچ طول دارد، که جمعاً در آن ۱۶ مربع مکمل وجود دارند.
از روی حساب ۴ × ۴ = ۱۶ انچ مربع می شود.
چون طول هر ضلع ا ب ج د ۴ انچ است پس:
مساحهٔ مربع = ضلع × ضلع می شود.

اشیای یک سیت در بین اینگونه { } قوس ها نیز نشان داده می شوند ، طوریکه در بین دو شی سیت چنین (،) علامه جدائی نگاشته می شود .

مثال :

سیت ولایات شرق افغانستان = { لغمان ، کنر ، ننگرهار }

مثال :

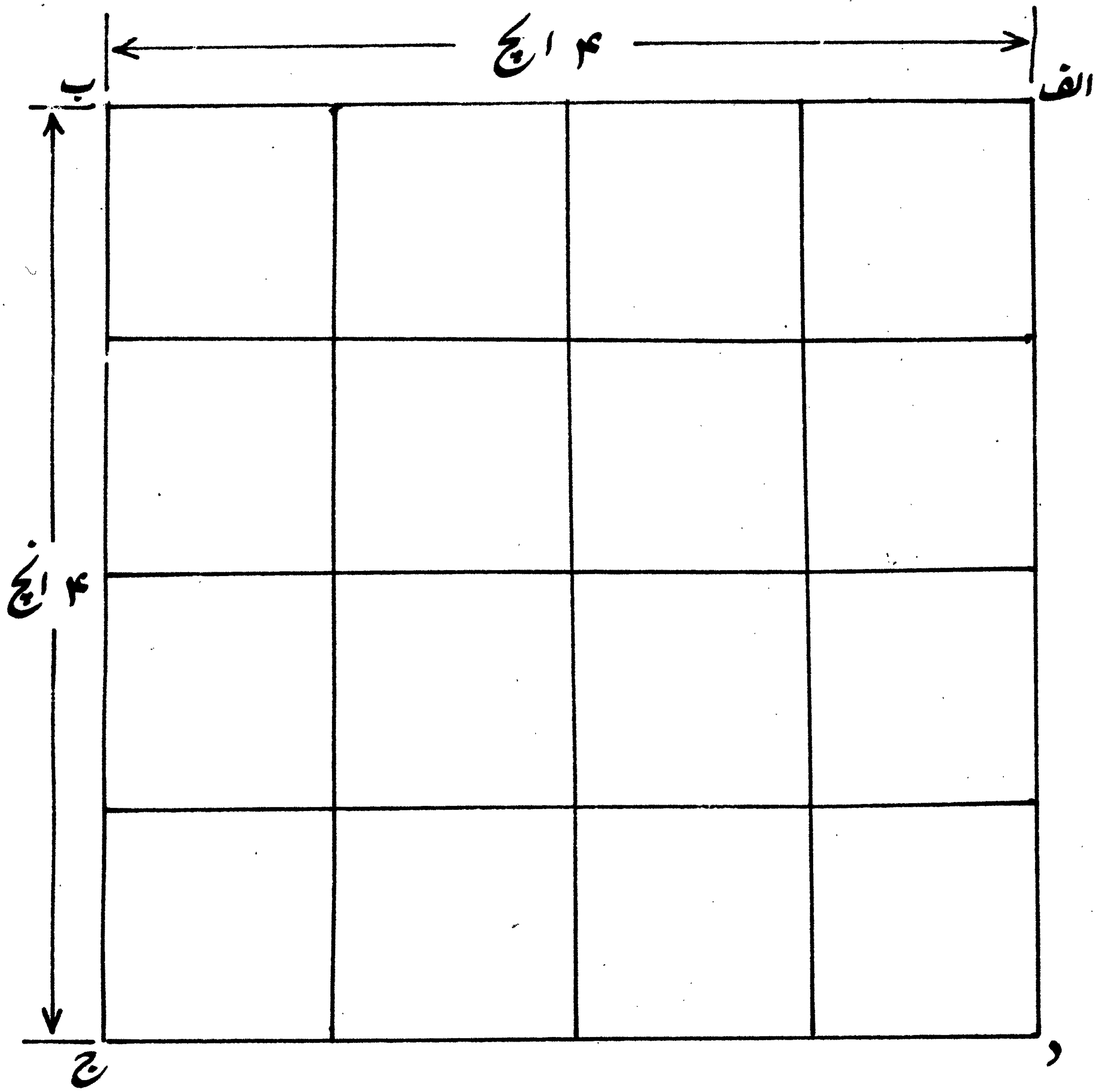
سیت اعداد طبعی از ۱ - ۵ = { ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ }

نوت :

هر سیت توسط یکی از حروف الفبا نشان داده می شود . مثلاً می توانیم سیت اعداد طبعی از ۱ - ۵ را سیت (ب) بنامیم :

ب = { ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ }

عناصر سیت : اشیائیکه در داخل سیت وجود دارند بنام عناصر سیت یاد میگردند . مثلاً در سیت ب هر یکی از اعداد ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ را عنصر میگویند .



مثال : مساحه زمین مربع شکلی را دریافت نمائید که طول هر ضلع آن ۳۲ متر باشد ؟

حل : چون مساحهٔ مربع = ضلع × ضلع

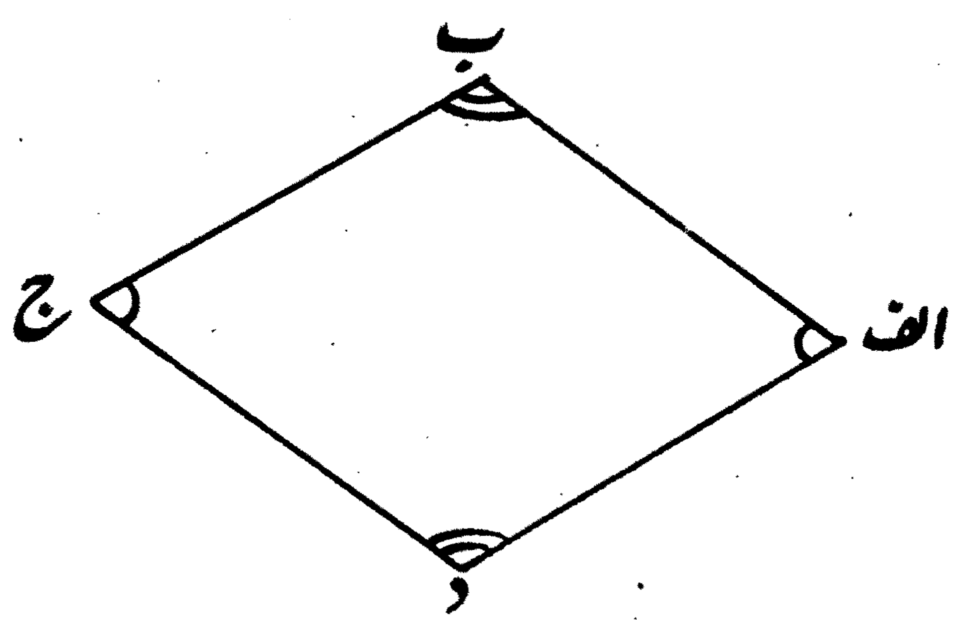
پس مساحت زمین مربع شکل = ضلع × ضلع یا

متر مربع ۱۰۲۴ = ۳۲ × ۳۲ = 〃

۲- معین :-

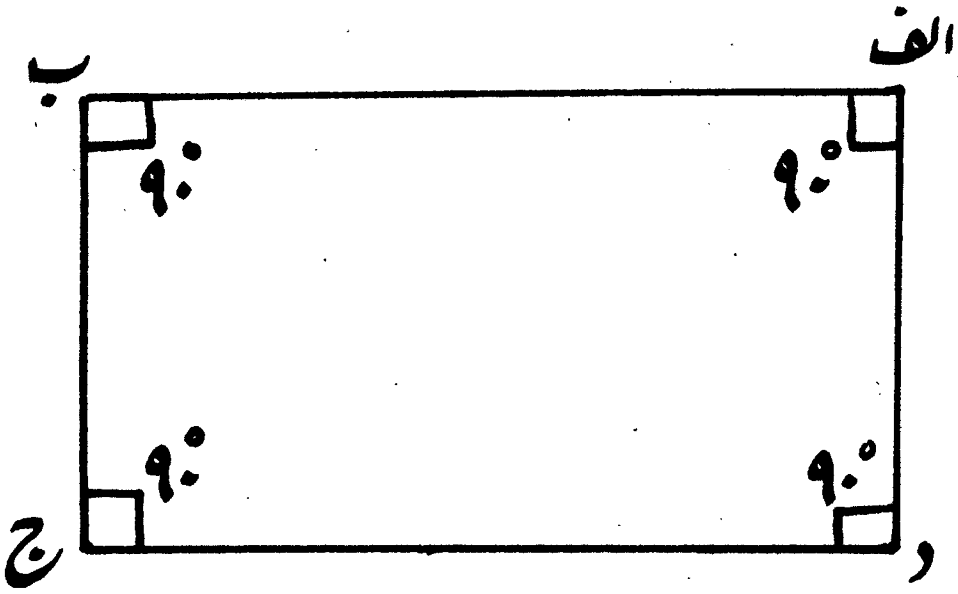
معین شکل چهار ضلعی است که هر چهار ضلع آن باهم مساوی و اضلاع مقابل آن باهم موازی باشند ، اما کدام زاویهٔ آن قایمه (۹۰°) نیستند .

مانند مربع کج شدهٔ الف ب ج د



۳- مستطیل :-

مستطیل شکل چهار ضلعی است که اضلاع مقابل آن باهم مساوی و موازی بوده و هر چهار زاویهٔ آن قایمه (۹۰°) باشند. مانند مستطیل الف ب ج د



محیط مستطیل : چون اضلاع مقابل مستطیل باهم مساوی می باشند،

پس محیط مستطیل = ۲ × طول + ۲ × عرض = ۲ (طول + عرض)

مثال :- محیط مستطیلی را دریافت نمائید که طول آن ۲۱ متر و عرض آن ۸ متر باشد ؟

حل :- محیط مستطیل = ۲ (طول + عرض)

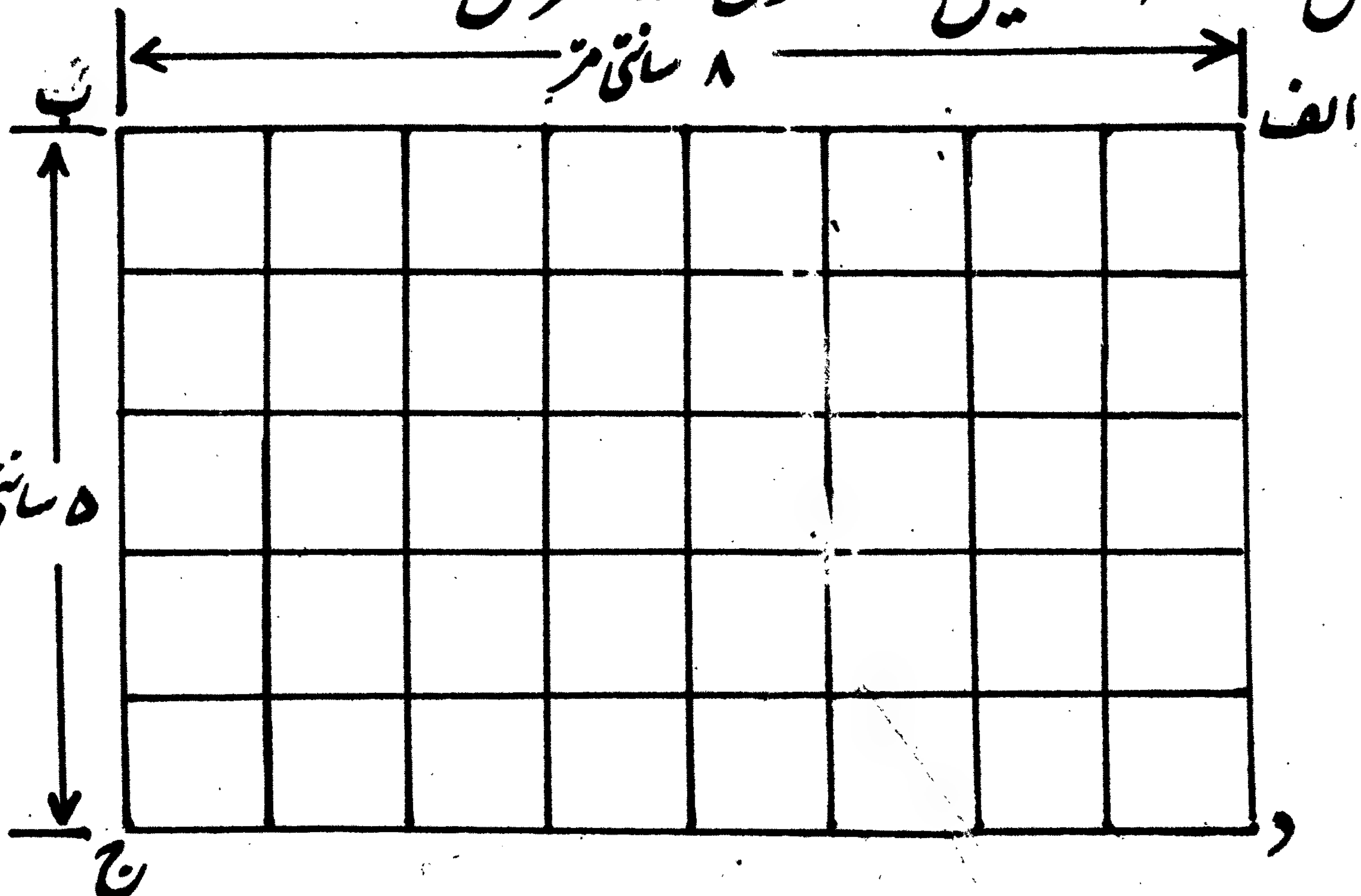
= ۲ (۲۱ + ۸)

= ۲ × ۲۹ = ۵۸ متر

مساحت مستطیل :

هرگاه شکل الف ب ج د را ملاحظه نمائیم طول آن ۸ سانتی متر وعرض آن ۵ سانتی متر است وجمعاً ۴۰ مربع مکمل در آن وجود دارد. از روی حساب ۸ × ۵ = ۴۰ سانتی متر مربع می شود .

پس مساحهٔ مستطیل = طول × عرض



مثال :- طول زمین یک خانه ۵ متر و عرض آن سه متر است مساحت آنرا دریافت نمائید.

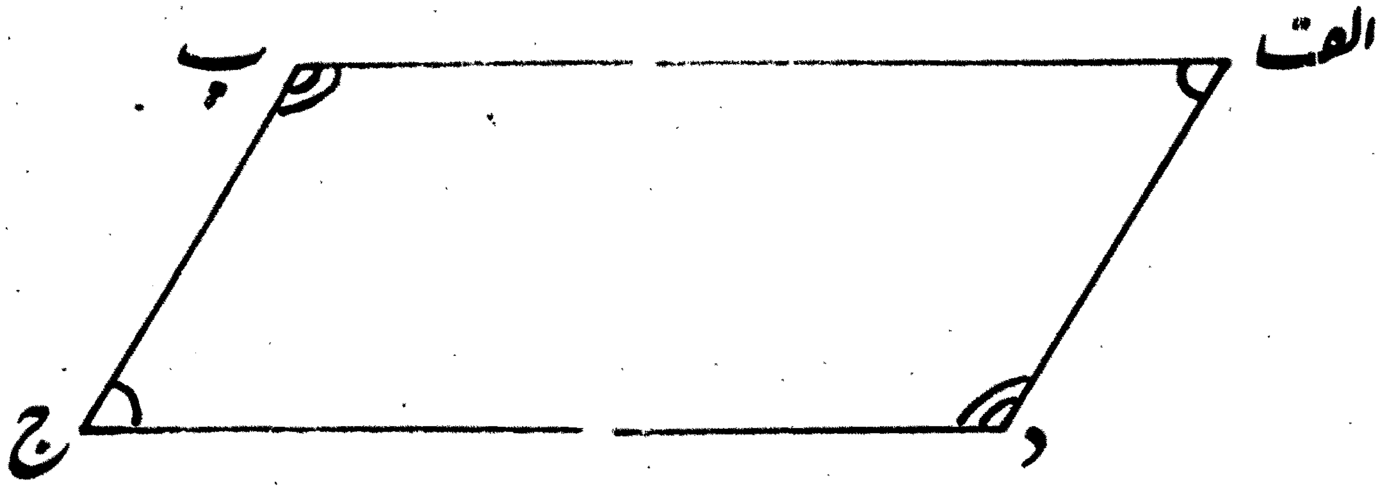
حل :- چون مساحت مستطیل = طول × عرض

پس مساحت خانهٔ مذکور = ۵ × ۳ = ۱۵ متر مربع

شبه معین :

شبه معین شکل چهار ضلعی است که اضلاع مقابل آن باهم مساوی و موازی بوده، اما زوایای آن قایمه (۹۰°) نیستند.

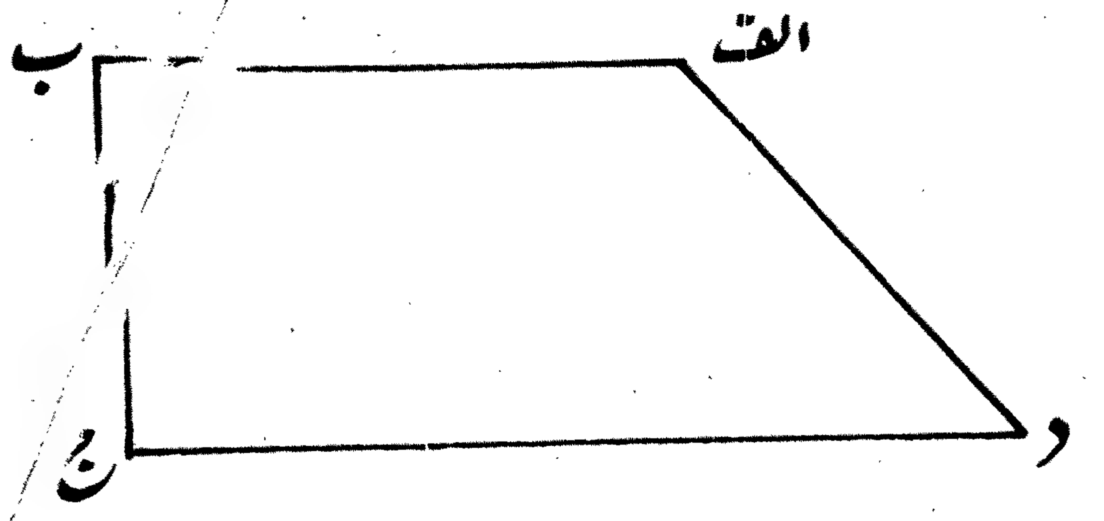
مانند مستطیل کج شدهٔ الف ب ج د .



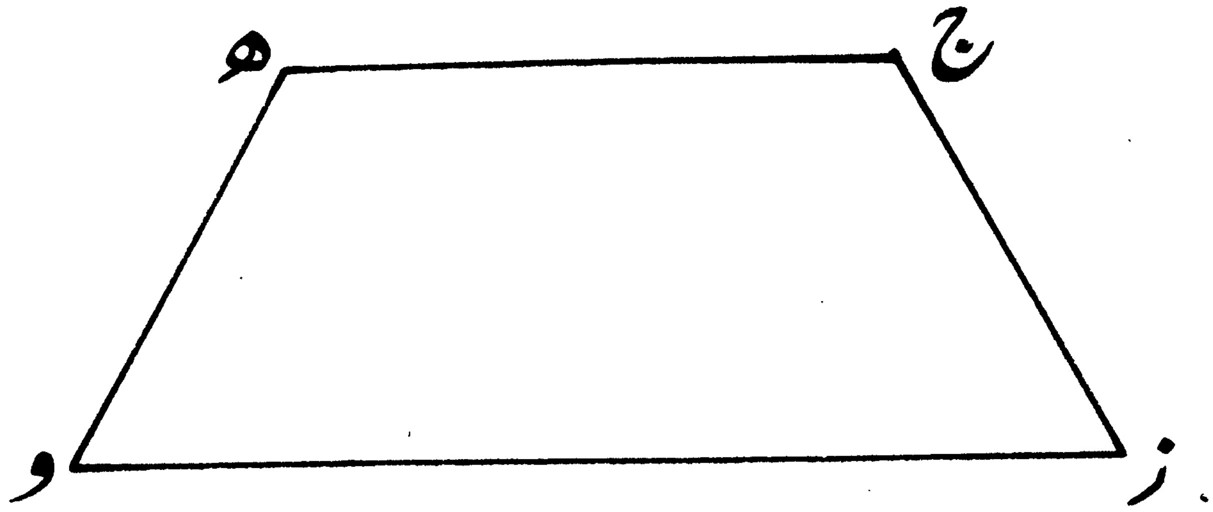
۵ - ذوزنقه :

ذوزنقه یک شکل چهارضلعی است، که تنها دو ضلع آن باهم موازی باشند.

اگر یک ضلع ذوزنقه بر دو ضلع موازی آن عمود باشد آنرا ذوزنقهٔ قایم‌زاویه گویند مانند ذوزنقه الف ب ج د .



اگر دو ضلع غیرموازی یک ذوزنقه باهم مساوی باشند آنرا ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین گویند مانند ذوزنقه ج ه و ز



مساحهٔ ذوزنقه :

مساحه ذوزنقه = مجموع طول دو ضلع موازی × ارتفاع ÷ ۲

مثال : مساحت یک ذوزنقه را دریافت نمائید که طول اضلاع موازی آن ۵ سانتی متر و ۹ سانتی متر و ارتفاع آن ۳ سانتی متر باشد ؟

حل :- مساحت ذوزنقه = (۵ + ۹) × ۳ ÷ ۲

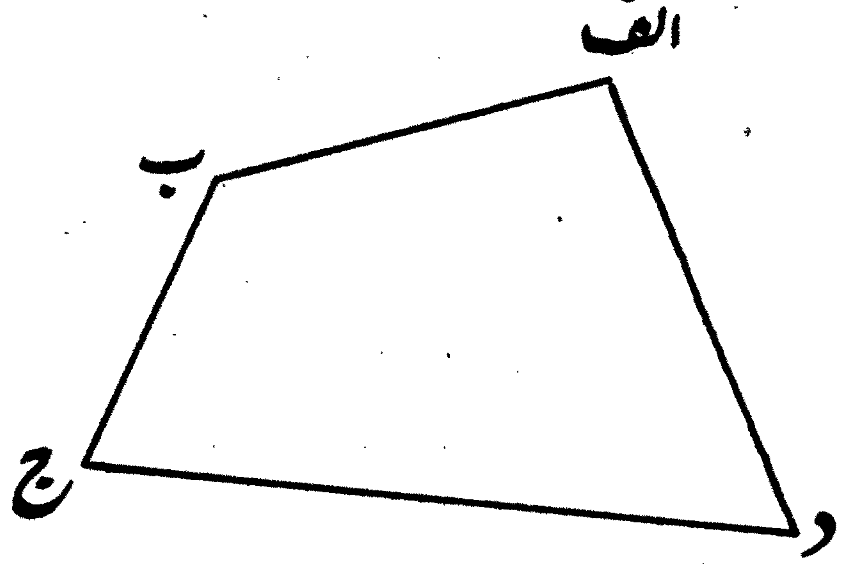
= ۱۴ × ۳ ÷ ۲

= ۴۲ ÷ ۲

= ۲۱ سانتی متر مربع

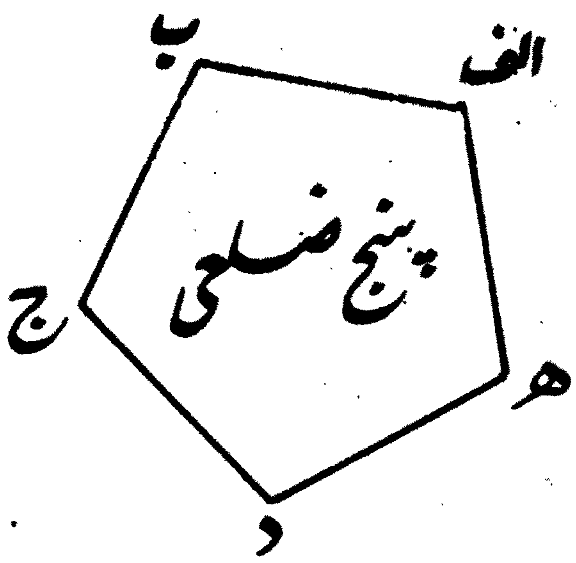
۶- منحرف

منحرف یک شکل چهار ضلعی است که زوایای آن مختلف و اضلاع آن غیر موازی و غیر مساوی باشند مانند منحرف الف ب ج د

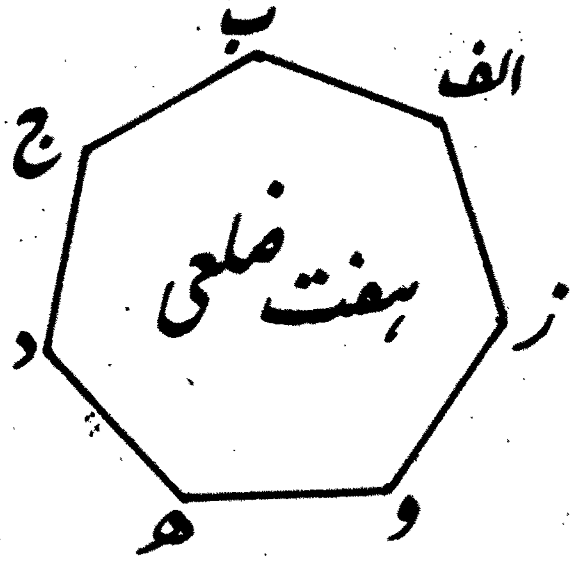


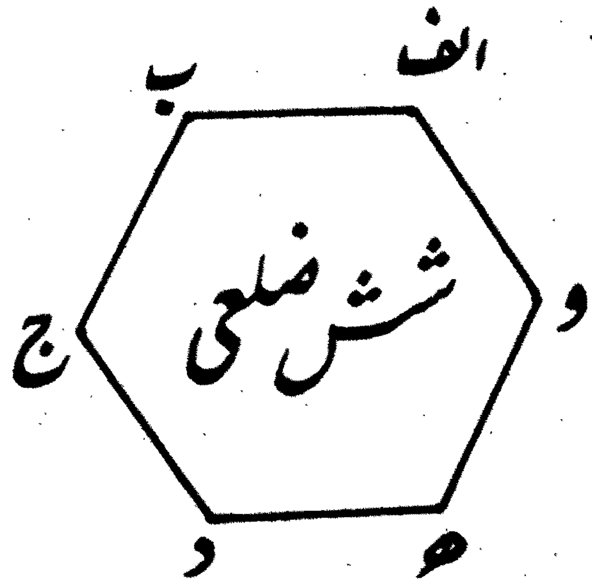
کثیرالاضلاع

سطوحیکه توسط زیاد تر از چهار قطعه خط محدود شده باشد کثیرالاضلاع گفته می شوند. هرگاه کثیرالاضلاع ذریعهٔ پنج قطعه خط احاطه شده باشد آنرا مخمس گویند، شش ضلعی را مسدس و همچنین هفت ضلعی، هشت ضلعی وغیره نیز می باشند.



اگر اضلاع و زوایای کثیرالاضلاع باهم مساوی باشند آنرا کثیرالاضلاع منظم و اگر مختلف باشند آنرا کثیرالاضلاع غیر منظم گویند.





تمرین

۱ـ محیط و مساحت مربعی را دریافت نمائید که طول هر ضلع آن ۵ متر باشد؟

۲ ـ هرگاه محیط یک مربع ۳۲ متر مربع باشد طول ضلع و مساحت آنرا دریابید؟

۳ـ طول یک مستطیل از عرض آن ۹ سانتی متر زیاد بوده و ۱۷ سانتی متر طول آنست عرض، محیط و مساحت این مستطیل را دریافت نمائید ؟

۴ ـ اگر طول یک ضلع معین ۱۴ سانتی متر باشد محیط آن چقدر خواهد بود ؟

۵ ـ محیط یک چهار ضلعی را دریافت نمائید که کوتاه ترین ضلع آن ۳ سانتی متر طول داشته و اضلاع دیگر آن به ترتیب ۲ سانتی متر ، ۳ سانتی متر و ۴ سانتی متر از ضلع کوتاه درازتر باشند ؟

۶- اگر طول یک ضلع کثیر الاضلاع منظم ۸ ضلعی ۱۵ متر باشد، محیط آن چقدر خواهد بود؟

نسبت بین محیط و قطر دایره

اگر قطر دایره ۷ واحد طول دراز باشد پس محیط آن تقریباً ۲۲ واحد طول خواهد بود.

پس نسبت بین محیط و قطر دایره = محیط : قطر = ۲۲ ÷ ۷ = $\frac{۲۲}{۷}$ است.

این نسبت به حرف پای (π) نشان داده می شود و $\pi = \frac{۲۲}{۷} = ۳٫۱۴$ است.

محیط دایره = قطر × π است.

مثلاً اگر قطر یک دایره ۱۴ سانتی متر باشد،

پس محیط آن = قطر × π = $\frac{۲۲}{۷} \times ۱۴$ = ۴۴ سانتی متر می شود.

مساحت دایره:

مساحت دایره = شعاع × شعاع × π

مثال: شعاع یک دایره ۱۴ سانتی متر است. مساحت آنرا دریافت نمائید؟

حل : مساحت دایره = شعاع × شعاع × π

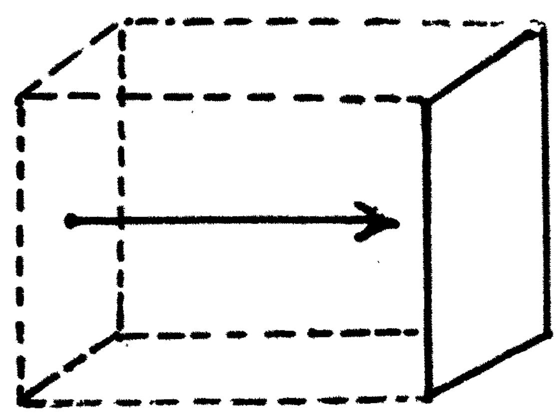
$$\frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 〃 〃$$

$$44 \times 14 = 〃 〃$$

$$〃 〃 = 616 \text{ سانتی متر مربع (س م}^2\text{)}$$

جسم : هرچیزیکه دارای وزن و ابعاد باشد جسم گفته می شود . هرگاه سطحی به کدام جهت حرکت نماید از آن جسم بوجود می آید چنانچه در شکل ذیل یک سطح مستوی حرکت نموده و از آن مکعب بوجود آمده است .

اجسام به دو قسم اند :



اجسام هندسی و اجسام غیر هندسی .

اجسام هندسی :

اجسام هندسی دارای شکل منظم بوده و ابعاد شان بخوبی و آسانی شناخته می شوند . مانند مکعب ، استوانه ، منشور ، هرم ، مخروط و کره که اجسام منظم هندسی اند .

اگر جاهای عناصر یک سیت تغیر بخورند در سیت کدام تغیری رخ نمی دهد.
چنانچه سیت (د) را به چند شکل مختلف ذیل نوشته کرده می توانیم:

د = {۱، ۲، ۳} = {۳، ۲، ۱} = {۲، ۱، ۳}

که این چنین سیت ها همه با هم یکسان اند.
همچنان در یک سیت برای تکرار نوشتن عناصر نیز ضرورتی نیست زیرا که:

د = {۱، ۱، ۱، ۲، ۳} = {۱، ۲، ۳} است.

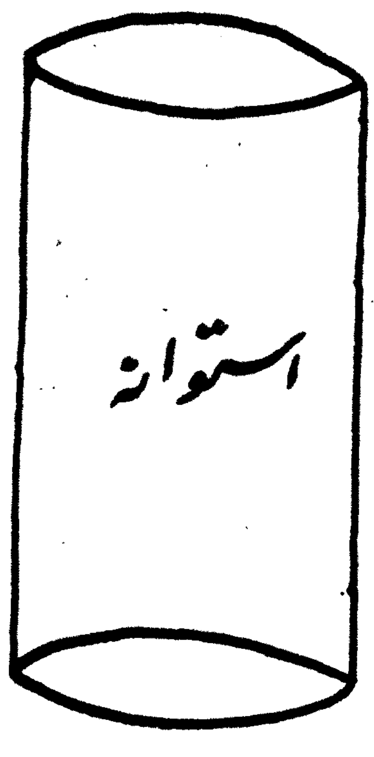
اگر ۲ عنصر سیت ج باشد آنرا چنین می نویسیم ۲ ∈ ج و آنرا چنین می خوانیم که ۲ مربوط به سیت ج است یا ۲ عنصر ج است و اگر ۲ عنصر سیت ب نباشد آنرا چنین می نویسیم ۲ ∉ ب و آنرا چنین می خوانیم که ۲ مربوط به سیت ب نیست یا ۲ عنصر سیت ب نیست.

حجم :

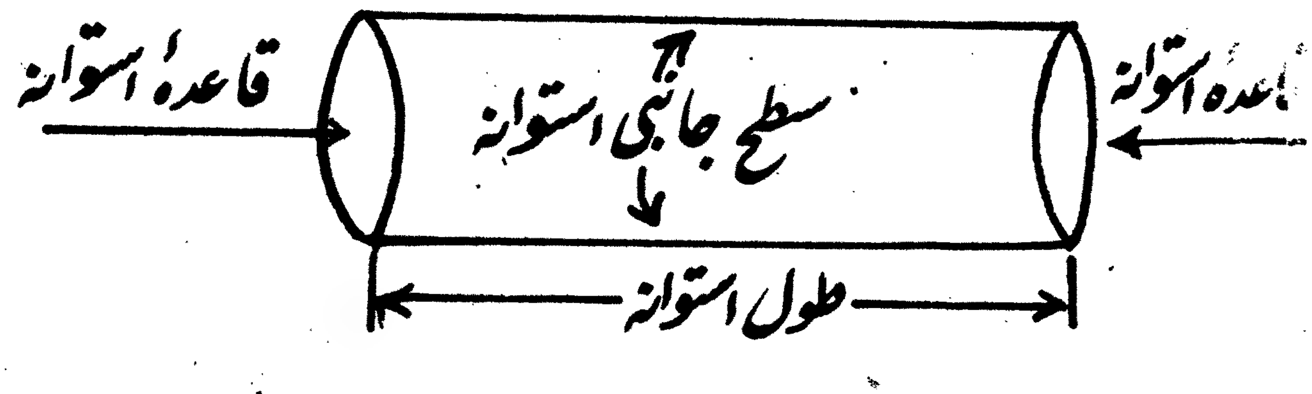
موقعیت اشغال شدهٔ فضا توسط یک جسم را حجم همان جسم گویند.

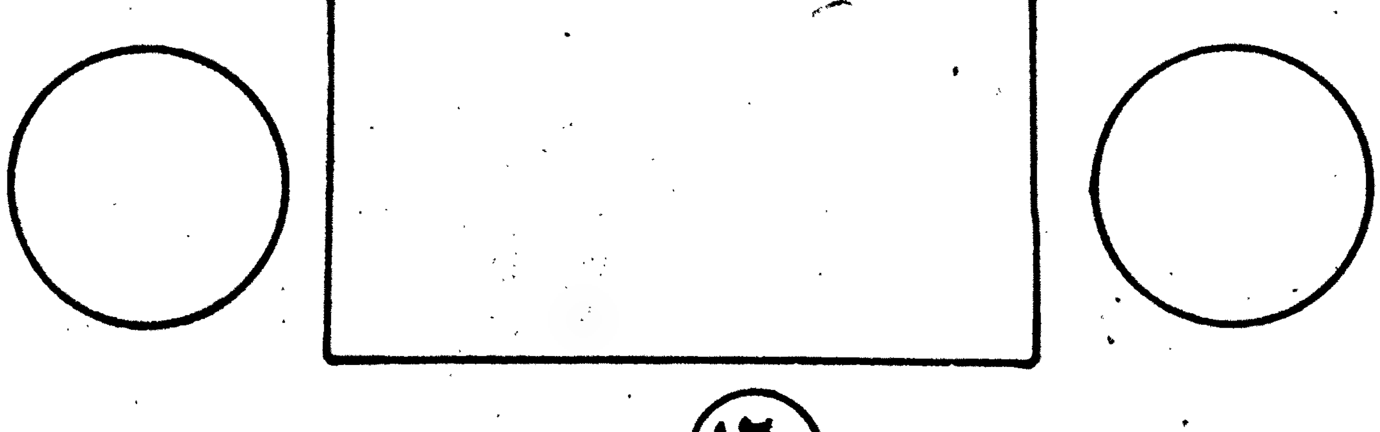
استوانه :

استوانه جسمی است که توسط دو سطح دایروی و یک سطح منحنی بسته و احاطه شده باشد مانند نل آب یا نل بخاری ، پنسل گول وغیره.



هردو سطح دایروی استوانه را قاعدتین وسطح منحنی را سطح جانبی استوانه گویند.
هرگاه سطح جانبی استوانه باز گردد شکل مربع یا مستطیل را بخود اختیار می نماید.





مساحت استوانه :

از شکل فوق استوانه باز شده میدانیم که مساحت استوانه با مجموعهٔ مساحات سطح جانبی و هر دو قاعدهٔ آن مساوی است .

یعنی مساحت استوانه = مساحت هر دو قاعده + مساحت سطح جانبی

چون هر دو قاعدهٔ استوانه بشکل دایره می باشند پس می نویسیم که :

مساحت استوانه = ۲ × مساحت دایره های قاعده + طول استوانه × محیط قاعده

مثلاً :- طول یک استوانه ۲۱ سانتی متر و قطر قاعدهٔ آن ۱۴ سانتی متر است مساحت آنرا دریافت نمائید ؟

حل :- محیط استوانه = محیط قاعدهٔ دایروی = قطر × π = ۱۴ × ۲۲/۷ = ۴۴ سانتی متر

مساحت قاعدهٔ استوانه = شعاع × شعاع × ۲۲/۷

〃 = ۷ × ۷ × ۲۲/۷ = ۱۵۴ سانتی متر مربع

مساحت استوانه = ۲ × ۱۵۴ + ۲۱ × ۴۴ = ۳۰۸ + ۹۲۴ = ۱۲۳۲ سانتی متر مربع

حجم استوانه :

حجم استوانه = ارتفاع استوانه × مساحت قاعده

مثال : یک استوانه ۲۰۰ متر ارتفاع و ۱۴ متر قطر دارد حجم آنرا معلوم کنید ؟

حل: مساحت قاعده استوانه = شعاع × شعاع × π

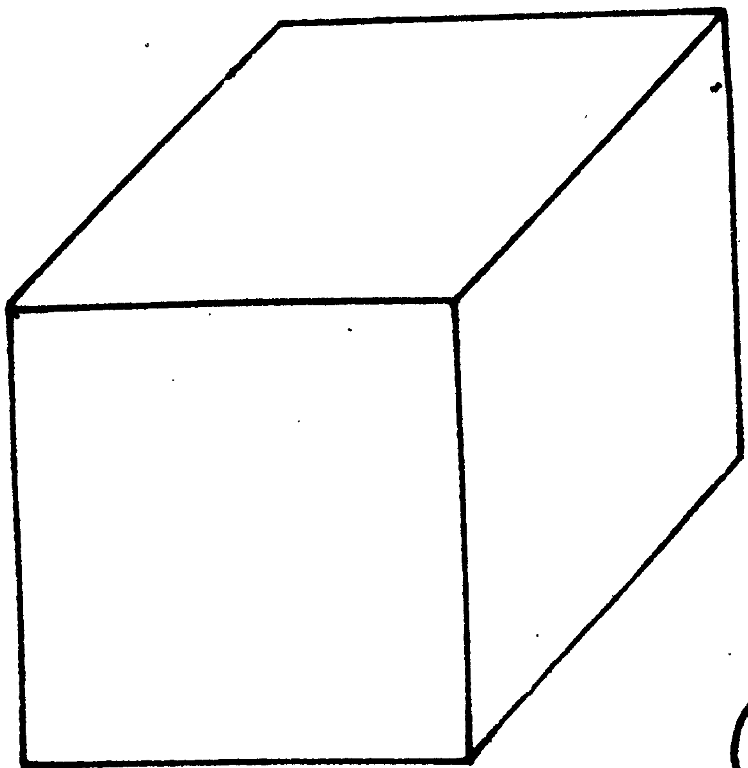
〃 〃 = ۷ × ۷ × $\frac{۲۲}{۷}$ = ۱۵۴ متر مربع

حجم استوانه = ارتفاع × مساحت قاعده

〃 = ۲۰۰ × ۱۵۴ = ۳۰۸۰۰ متر مکعب

مکعب :

مکعب : مکعب جسم هندسی است که توسط شش سطح مربع محدود شده باشد ، مانند صندوق چای .



مساحت کلی مکعب :

چون هر شش جانب مکعب دارای سطح مربع است ، پس :

مساحت کلی مکعب = مساحت مربع × ۶

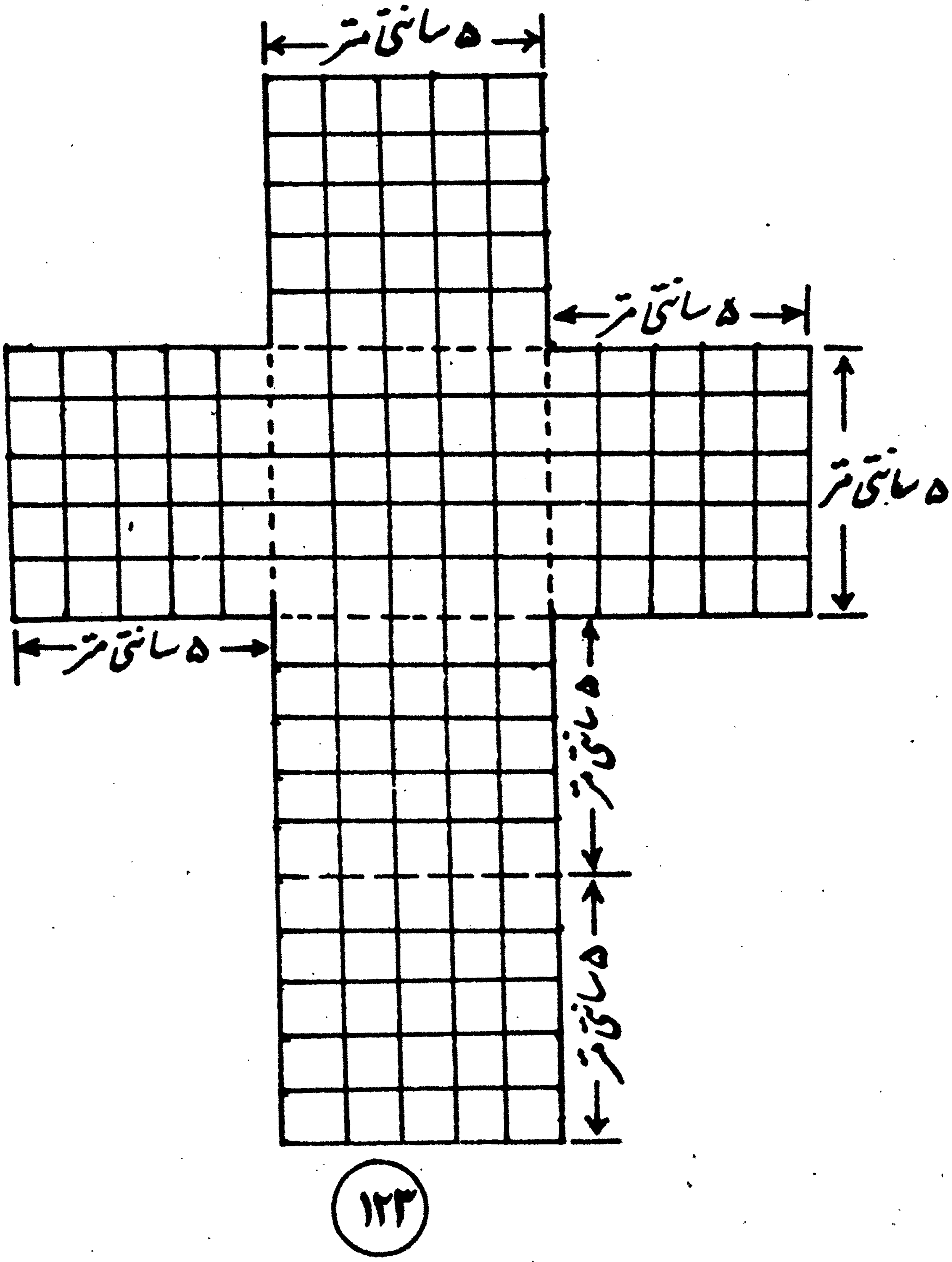
مثال : اگر طول یک ضلع مکعبی ۵ سانتی متر باشد مساحت کلی آنرا دریابید؟

حل : مساحت یک سطح مربع = ضلع × ضلع

〃 〃 = ۵ × ۵

〃 〃 = ۲۵ سانتی متر مربع

مساحت سطح مکعب = ۶ × ۲۵ = ۱۵۰ سانتی متر مربع

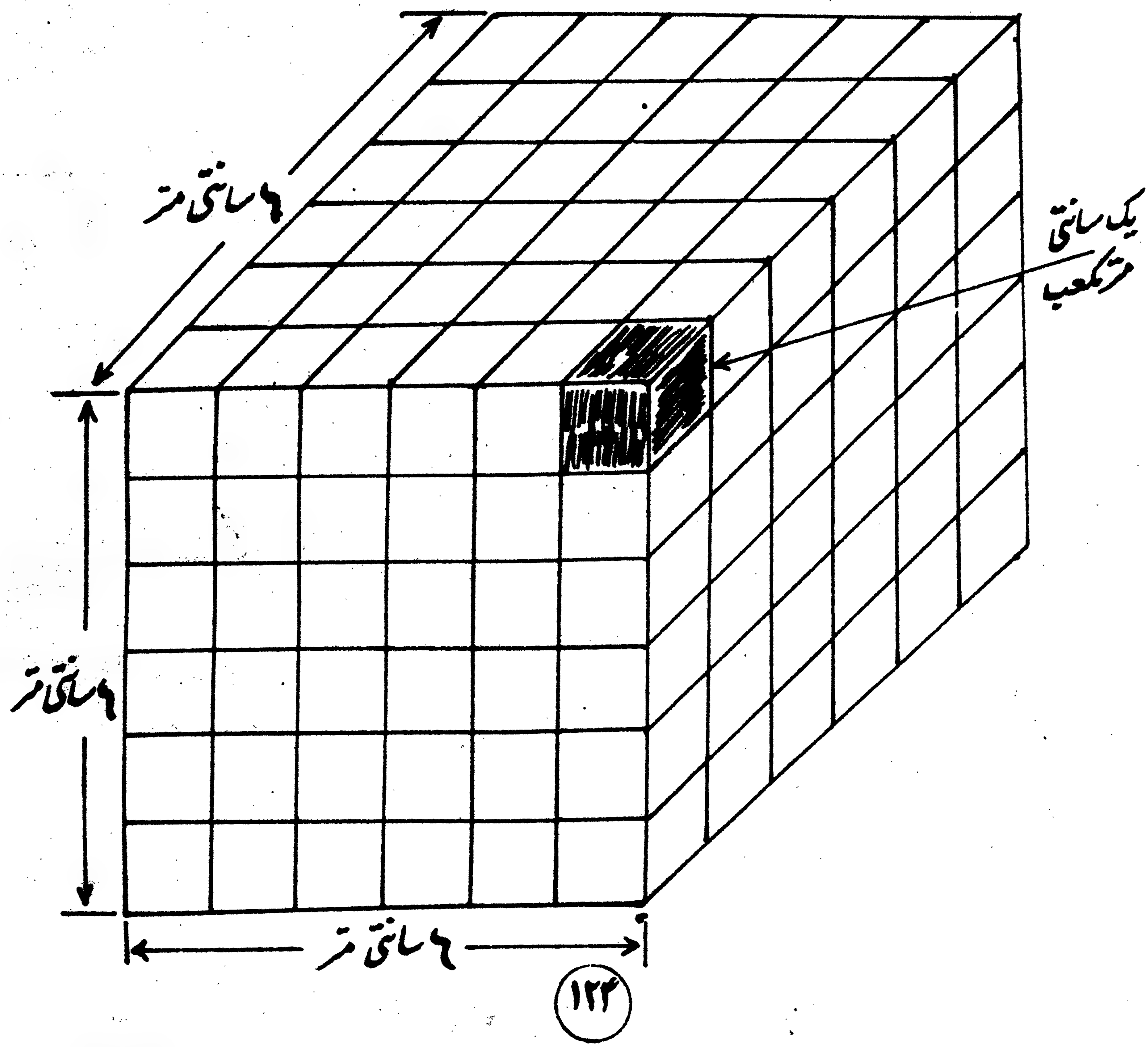


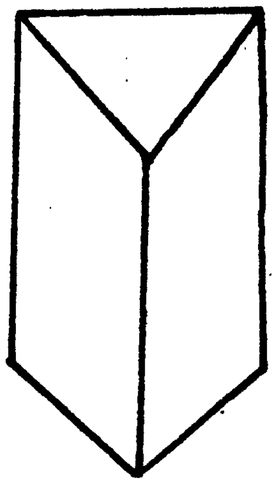
حجم مکعب : حجم مکعب = ضلع × ضلع × ضلع

مثال : اگر طول ضلع یک مکعب ۶ سانتی متر باشد حجم آنرا دریافت نمائید ؟

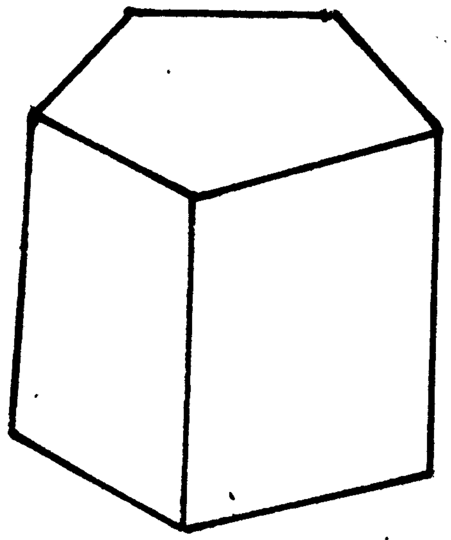
حل : حجم مکعب = ۶ × ۶ × ۶

حجم مکعب = ۳۶ × ۶ = ۲۱۶ سانتی متر مکعب .

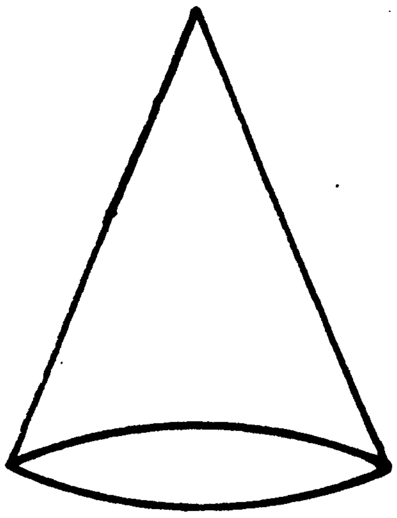




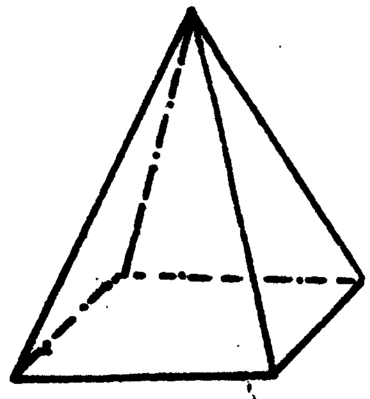
مثلث القاعده منشور



مخمس القاعده منشور



مخروط



هرم



کره

تمرین

۱- جسم و حجم را تعریف نمائید .

۲- استوانه و مکعب را تعریف نمائید .

۳- اگر طول نل یک بخاری ۳ متر و قطر دهن آن ۱۰ سانتی متر باشد

ناشر:

مؤسسه تحویل کننده: سویدن

و بازار مشترک اروپا (EC)

سال چاپ: ۱۳۷۸ هـ.ش

تعداد: ۲۸۷۱

طبع: Rehmat Printing Press

حجم و مساحت سطح آن چقدر خواهد بود ؟

۴ - اگر طول یک ضلع صندوق چای ۸۰ سانتی متر باشد مساحت تمام سطوح وحجم آن چقدر خواهد بود ؟

۵ - دایره و بیضوی از هم چه فرق دارند ؟

۶ - اگر طول شعاع یک دائره ۶ سانتی متر باشد مساحت آنرا معلوم کنید .

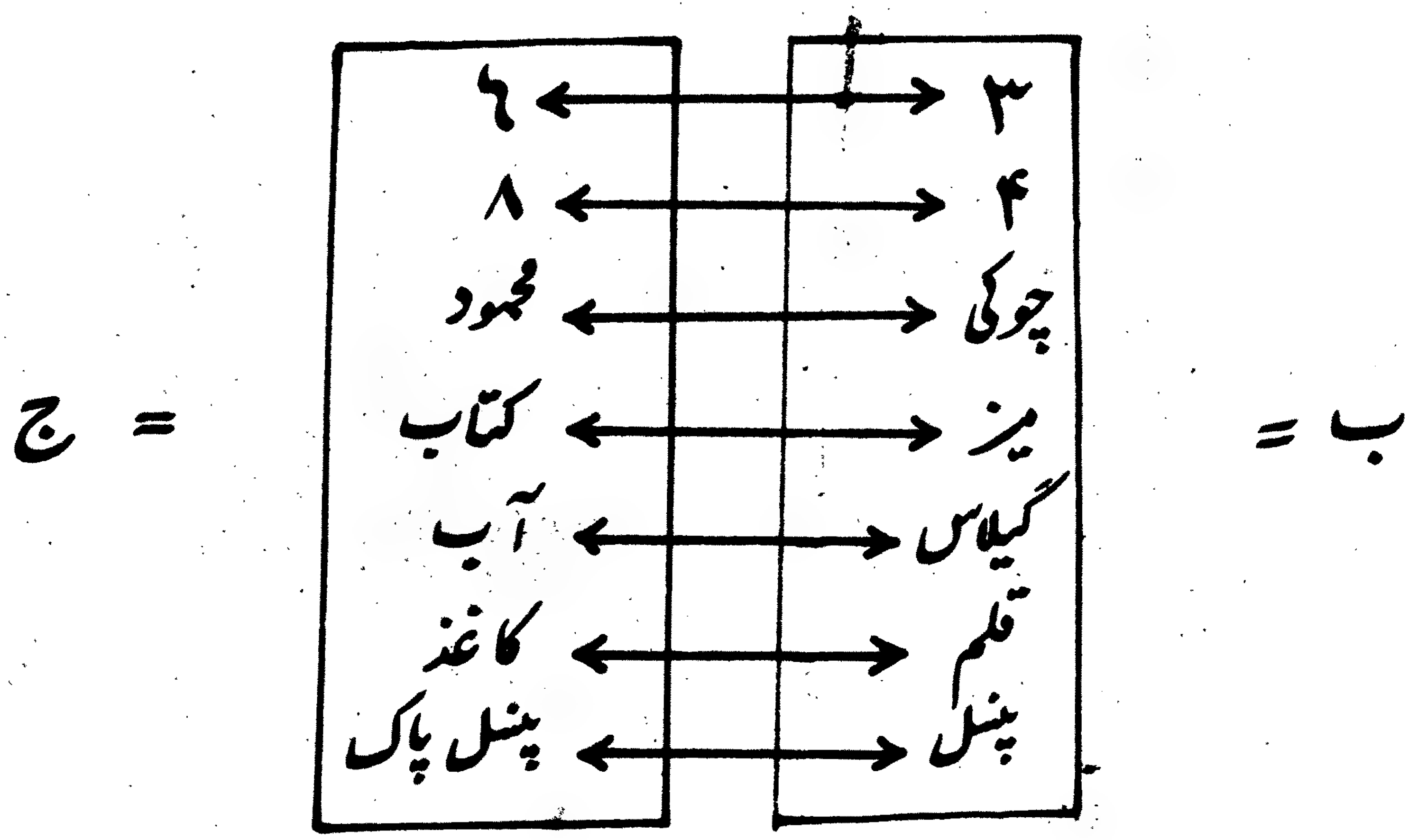
۷ - قطر یک دایره ۸ سانتی متر طول دارد محیط و مساحت آنرا دریابید .

۸ - محیط یک دایره ۸۸ سانتی متر است ، قطر و مساحت آن چقدر خواهد بود ؟

سیت های معادل

سیت های معادل سیت هائی را گویند که تعداد عناصر آنها باهم مساوی باشد. مثلاً اگر سیت ب = {۳ ، ۴ ، چوکی ، میز ، گیلاس ، قلم ، پنسل}

و سیت ج = {۶ ، ۸ ، محمود ، کتاب ، آب ، کاغذ ، پنسل پاک} باشد
پس سیت ب و سیت ج باهم معادل هستند ، زیرا تعداد عناصر سیت ب و سیت ج باهم برابر است ، یعنی هریکی از دو سیت مذکور دارای هفت (۷) عنصر است و بطور ذیل مقایسه می شوند :



هنگامیکه تمام عناصر یک سیت با تمام عناصر سیت دیگری یک به یک وصل شوند و هیچ عنصری در کدام سیت تنها و بی جوره نماند این نوع سیت ها بنام سیت های معادل یاد می شوند .

برای وصل نمودن یک به یک عناصر این (⟷) علامه استعمال می شود . یک به یک وصل کردن و جوره کردن عناصر سیت های ب و ج چنین نیز نشان داده می شود .

سیت ب =	{ ۲ ،	۴ ،	چوکی ،	میز ،	گیلاس ،	قلم ،	پنسل }
	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
سیت ج =	{ ۶	۸	محمود	کتاب	آب	کاغذ	پنسل پاک }

مقایسه نمودن عناصر سیت ها :

هرگاه عناصر یک سیت با عناصر سیت دیگر یک به یک وصل شوند این عمل بنام مقایسهٔ سیت ها یاد می شود ، چنانچه عناصر سیت های ب و ج در بالا یک به یک با هم وصل گردیدند و سیت ها با هم مقایسه شدند که با هم معادل اند .

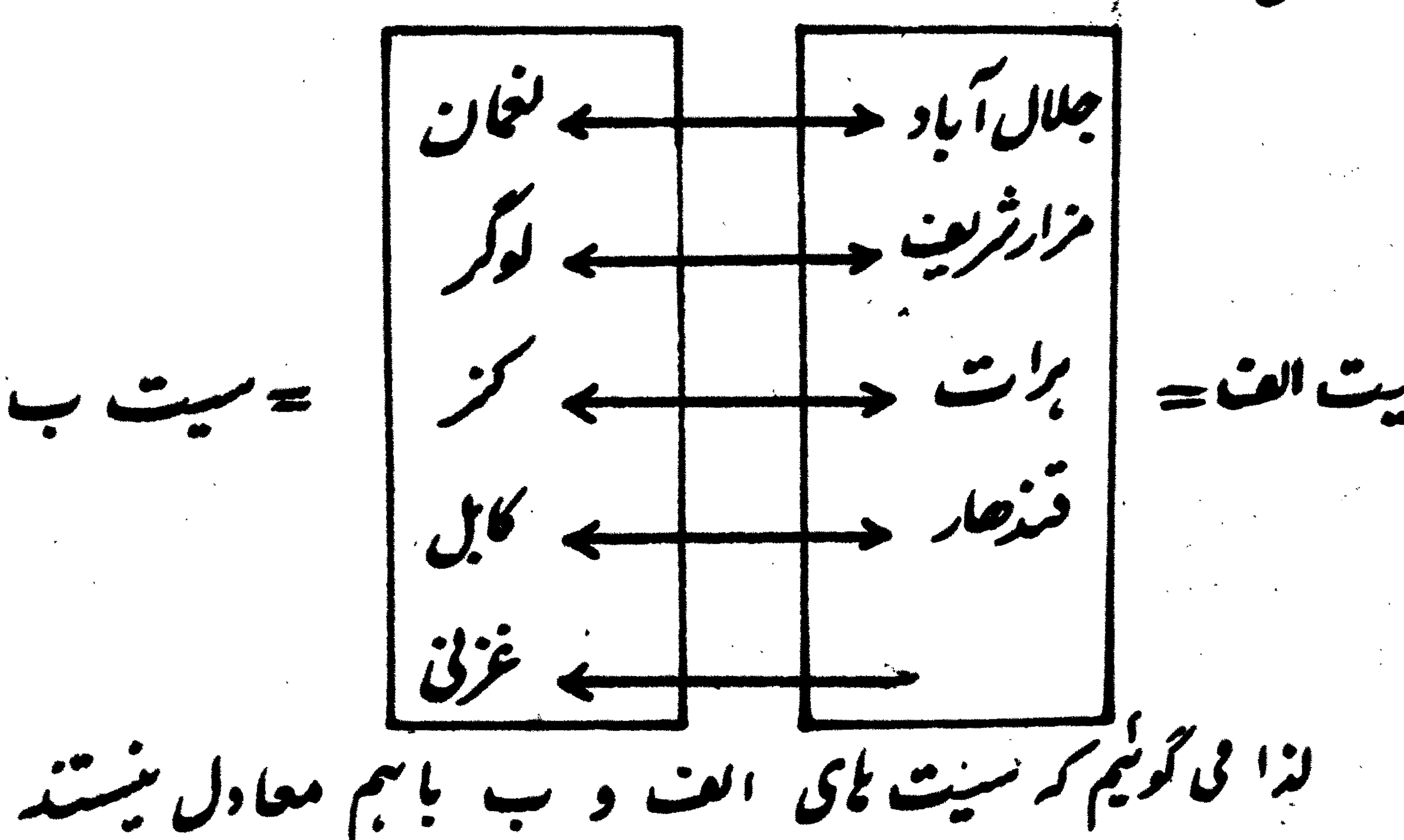
سیت های غیر معادل :

سیت های غیر معادل سیت ها را گویند که تعداد عناصر آنها باهم برابر نباشد، و یک به یک مقایسه کردن آنها امکان نداشته باشد.

مثلاً اگر سیت الف ={ ننگرهار ، بلخ ، هرات ، قندهار }

و سیت ب = { لغمان ، لوگر ، کنر ، کابل ، غزنی } باشد.

می بینیم که سیت الف چهار عنصر و سیت ب پنج عنصر دارد ، از دینرو گفته می توانیم که سیت های ب و ج باهم معادل نیستند. زیرا اگر عناصر آنها را طور ذیل مقایسه نمائیم پس یک عنصر سیت ب تنها و بی جوره می ماند.



لذا می گوئیم که سیت های الف و ب باهم معادل نیستند.

سیت یک عنصره ؛

سیت یک عنصره سیتی گویند که تنها یک عنصر داشته باشد مانند ؛

سیت الف = { ۲ } یا ب ۱ = {  } وغیره

سیت خالی ؛

سیت خالی سیتی را گویند که هیچ عنصر نداشته باشد و به علامهٔ $\emptyset$ یا { } نشان داده می شود . سیتی چون { ۰ } را سیت خالی گفته نمی توانیم زیرا که دارای یک عنصر صفر میباشد .

مثال اول ؛

در الفبای لسان های پشتو ، دری و عربی سیت حروف پیش از الف را بنویسید ؛

حل :-

اگر دقت نمائیم در الفبای لسان های پشتو ، دری و عربی ، هیچ حرفی پیش از حرف الف وجود ندارد . ازینرو گفته می توانیم که سیت حروف پیش از الف یک سیت خالی است که آنرا سیت صفر نیز گویند .

مثال دوم ؛

سیت آن اعداد طبیعی را بنویسید که از یک کوچکتر باشند .

حل :

سیت اعداد طبیعی کوچکتر از یک ذیلاً به حرف ب نشان داده شده است :

ب = { }

عدد طبیعی کوچکتر از یک هیچ وجود ندارد ، ازینرو گفته میتوانیم که سیت اعداد طبیعی کوچکتر از یک صفر است که آنرا سیت خالی میگویند.

مثال :

اگر ج سیت اعداد مکمل = { ۰ ، ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ... }

و ح سیت اعداد طبیعی = { ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، .... }

باشد ، پس سیت های ج و ح U { ۰ } باهم مساوی و یکسان میباشد.

برای اینکه به آسانی دیده شود که سیت های ج و ح U { ۰ } باهم مساوی است . آنها را چنین می نویسیم :-

ج = ح U { ۰ }

این U علامه اتحاد است .

سیت فرعی :

اگر سیت الف = { ۴ ، ۵ ، ۸ ، ۹ ، ۱۰ } و

سیت ب = { ۹ ، ۵ ، ۴ } باشد . می‌بینیم که درین دو سیت تمام عناصر سیت ب که ۹ ، ۵ و ۴ است در سیت الف نیز وجود دارند ، مگر تمام عناصر سیت الف که ۴ ، ۵ ، ۸ ، ۹ و ۱۰ است در سیت ب شامل نمی باشند ، پس سیت ب را سیت فرعی سیت الف گویند که سیت فرعی به علامه $\subset$ نشان داده می‌شود ، و ب که سیت فرعی الف است چنین نوشته می‌شود ب $\subset$ الف

تعریف :

سیت ب را زمانی سیت فرعی سیت الف گویند که تمام عناصر ب در الف وجود داشته باشند . چنانچه در مثال فوق تمام عناصر سیت ب در سیت الف موجود بوده و ب را سیت فرعی الف می نامند .

مثال : سیت الف = { کابل ، پروان ، بدخشان }

و سیت ب = { پروان ، لغمان ، کابل ، غزنی ، بدخشان }

است .

درین دو سیت ، سیت الف سیت فرعی سیت ب است . زیرا که تمام عناصر سیت الف در سیت ب موجود می باشد . ازینرو گفته می توانیم که الف سیت فرعی ب است . یعنی

الف $\subset$ ب

سیت های مساوی

اگر تمام عناصر یک سیت با تمام عناصر سیت دیگر یکسان باشند ، پس درینصورت این هر دو سیت را باهم مساوی میگویند .

مثال :

اگر الف = { ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ } و ب = { ۵، ۳، ۱، ۴، ۲ }

باشد ، پس الف و ب را دو سیت مساوی میگویند . زیراکه تمام عناصر سیت الف با عناصر سیت ب عین شی میباشند اما تنها ترتیب نوشتن

آنها از هم فرق دارد .

مثال :

سیت اعداد مکمل　　　م = { ۰ ، ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ ، .... }

وسیت اعداد طبیعی　　　ن = { ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ ، .... } باهم مساوی نیستند، زیرا در سیت اعداد مکمل یک عنصر (صفر) از عناصر سیت اعداد طبیعی اضافه تر است .

سیت های غیر مساوی

سیت هائیکه تمام عناصر آنها باهم یکسان نباشند بنام سیت های غیر مساوی یاد می شوند .

مثال :

الف = { قلم ، کتاب ، سیب ، ناک }

ب = { شفتالو ، ناک ، کتاب ، قلم ، سیب }

می بینیم که عناصر سیت الف با عناصر سیت ب فرق دارند و تمام عناصر آنها

بسم الله الرحمن الرحيم

فصل اول

ریاضی

تعریف : ریاضی علمیست که در آن ازامورکه در وجود خارجی محتاج به ماده باشند بحث می شود . مانند اعداد و مقدارها که مربوط به اشیای مادی است .

ریاضی دارای چنداصل است که بعضی از آنها این است : علم حساب ، الجبر ، علم هندسه ، علم نجوم وغیره .

حساب : علمیکه چهار عملیهٔ اساسی (جمع ، تفریق ، ضرب وتقسیم) رازیر بحث قرارمیدهد حساب نامیده میشود .

عدد : نتیجه سنجش ومحاسبه راعددگویند .

توسط استعمال ده ارقام اعداد رانمایش داده میتوانیم .

هم برابر نیستند ، زیرا که سیت الف دارای چهار عنصر بوده و سیت ب
ع عنصر دارد .

مثال :

سیتهای م = {الف ، ب ، ج ، د} و ن = {الف ، ب ، ج ، هـ}

بینیم که تعداد عناصر آنها باهم مساوی بوده و هر سیت دارای چهار عنصر است
تمام عناصر آنها یکسان نیستند ، ازینرو به آنها سیت های مساوی گفته
شود .

مثال : آیا سیت های ذیل باهم مساوی است ؟

الف = {٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٢}

ب = {٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩}

حل :

سیت های الف و ب باهم مساوی نیستند زیرا که سیت الف پنج عنصر
سیت ب چهار عنصر دارد . پس گفته میتوانیم که عناصر سیت الف با عناصر
سیت ب مساوی و عین شی نیستند ، زیرا در سیت الف عنصر ١٢ وجود

دارد ولی در ب ۱۲ نیست . درنتیجه میگوئیم که این دوسیت باهم غیرمساوی میباشند.

وین دیاگرام :

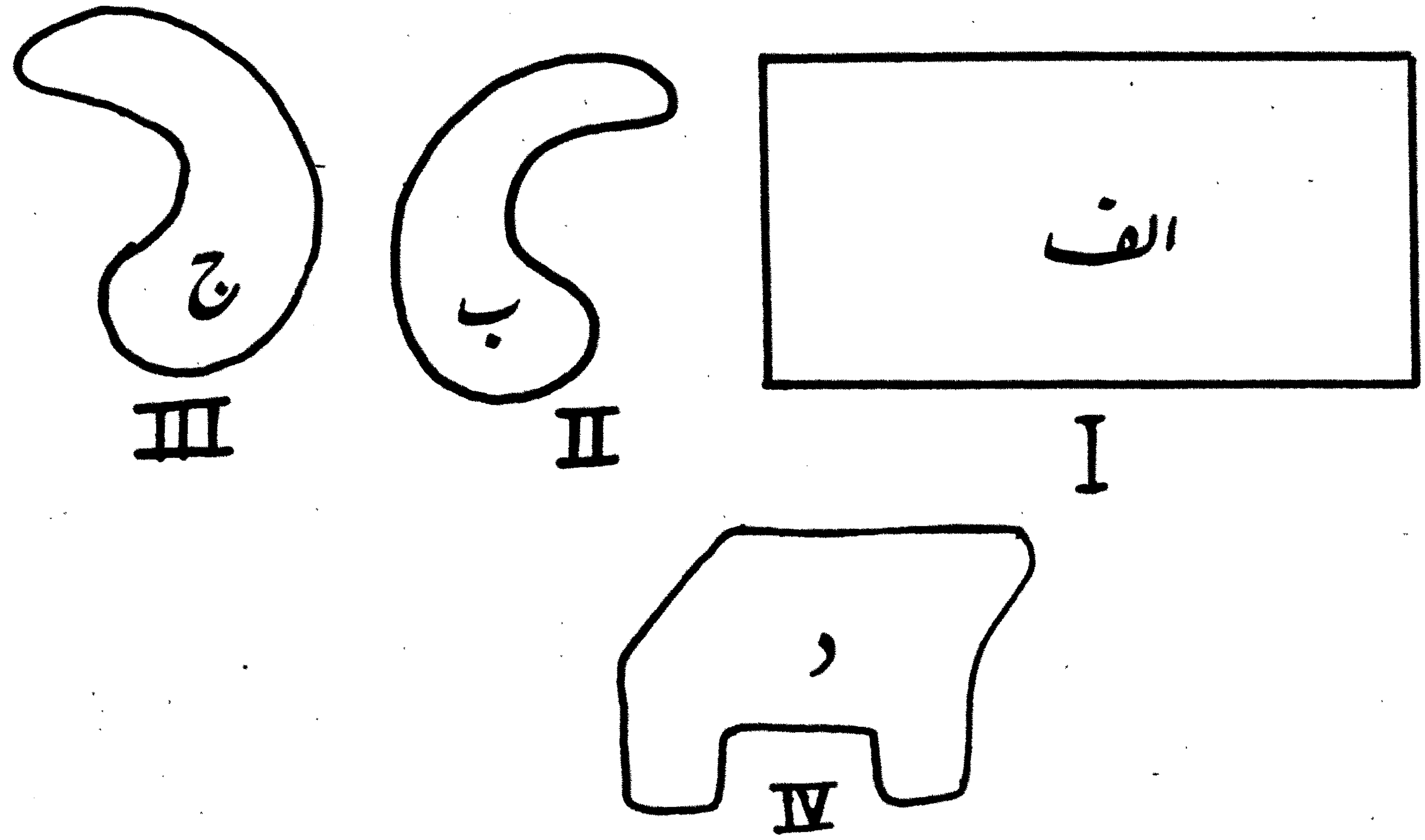
یک عالم سویسی بنام اویلر (Eular) سیت رابحیث یک ساحه محدود نمایش داد، وبعد از وی یک دانشمند انگلیسی که وین (Venn) نام داشت درقرن ۱۹ طریقهٔ اویلر را انکشاف داد. وین گفت که سیت از یک ساحهٔ معین ومحدود نمایندگی میکند.

این جای معین به نام دیاگرام وین - اویلر یاد می شود که طور خلاصه آنرا وین دیاگرام گویند.

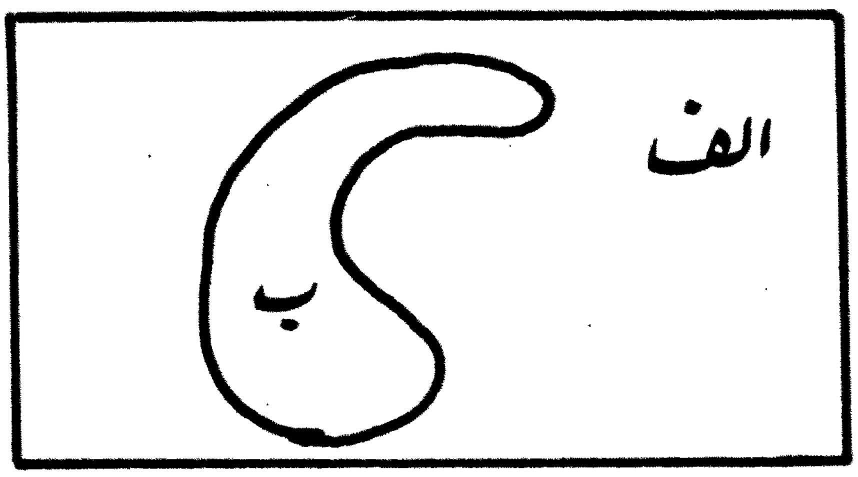
سیت وین دیاگرام را طور عموم توسط یک ساحهٔ مستطیلی نشان داده می توانیم اما بعضی اوقات لازم است که عناصر غیراز وین دیاگرام درجا های مناسب طور ساده نوشته شوند.

سیت های وین دیاگرام بصورت ذیل توسط اشکال مختلف نشان

ده می شوند :



وین دیاگرام سیت ها طور ذیل نشان داده می شود :



V

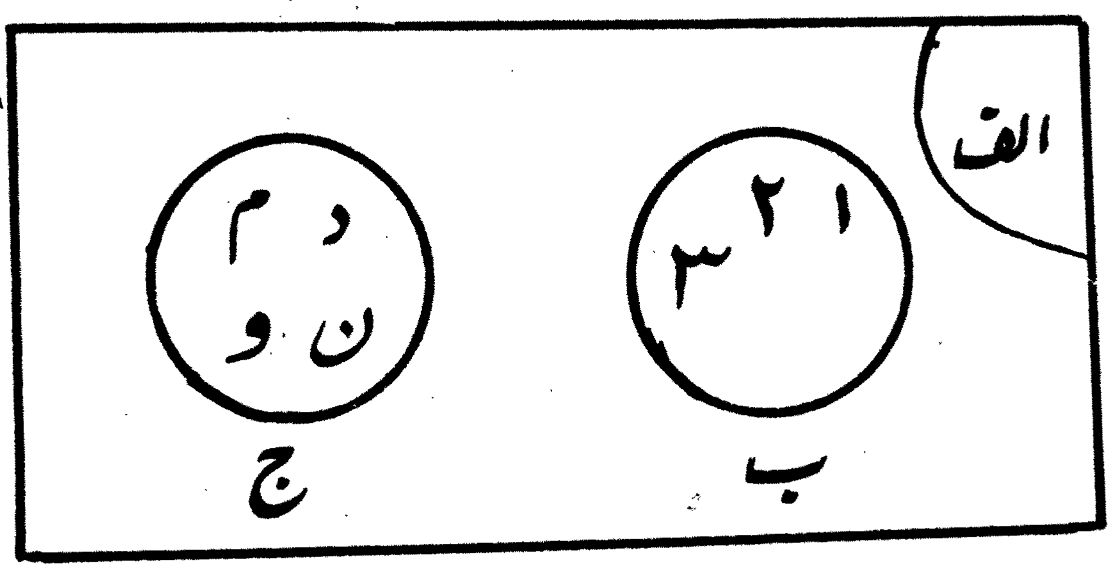
در دیاگرام پنجم (V) می بینیم که سیت ب یک جای معین و محدودی را در سیت الف اشغال نموده است . سیت الف را سیت عمومی گویند و سیت ب

نیز در آن جای گرفته است . سیت ب را سیت فرعی سیت الف می گویند . یا بعبارت دیگر تمام عناصر سیت ب عناصر سیت الف نیز می باشند ، مگر تمام عناصر سیت الف عناصر سیت ب نیستند .

اتحاد از روی وین دیاگرام

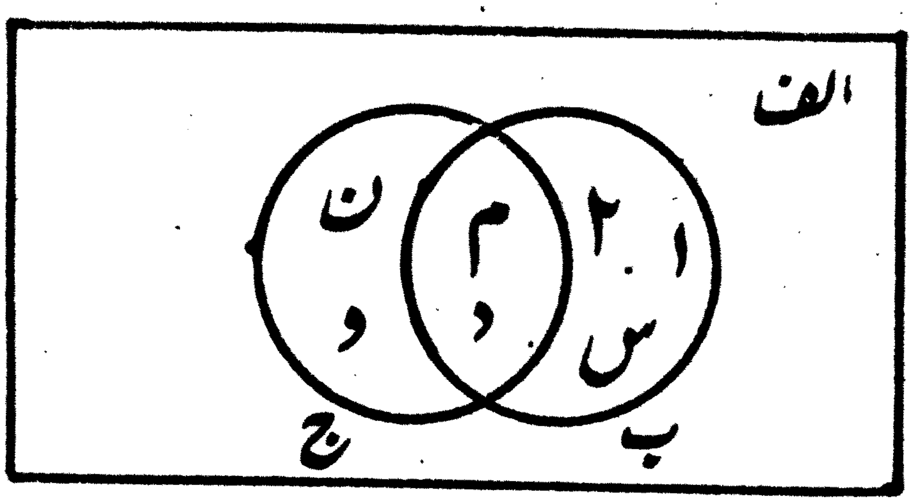
اگر « ب » و « ج » دو سیت فرعی در سیت عمومی الف باشند ، اتحاد آنها در وین دیاگرام سه حالت اختیار می نماید .

حالت اول : اگر سیت ب = { ۱ ، ۲ ، ۳ } و سیت ج = { د ، م ، ن ، و } باشد یعنی سیت های ب و ج هیچکدام عنصر مشترک نداشته باشند ، اتحاد آنها را در ریاضی چنین مینویسیم : ب ∪ ج = { ۱ ، ۲ ، ۳ ، د ، م ، ن ، و } درین سیت تمام عناصر هر دو سیت وجود دارند ، که وین دیاگرام آنها به شکل ذیل است :



حالت دوم :

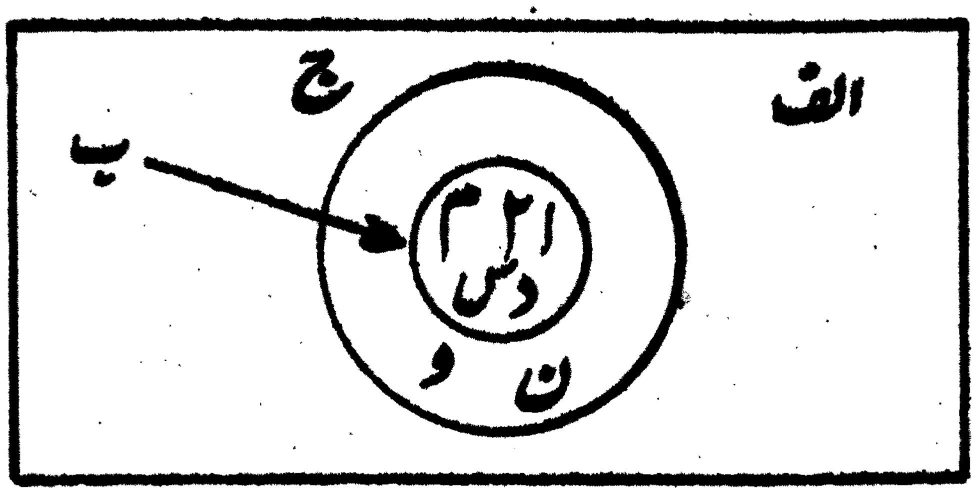
اگر ب = {۱ ، ۲ ، م ، د ، س} و ج = {م ، د ، ن ، و} باشد، یعنی سیت های ب و ج یک یا چند عنصر مشترک داشته باشند اتحاد را در ریاضی چنین مینویسیم : ب $\cup$ ج = {۱ ، ۲ ، م ، د ، س ، ن ، و}
این سیت اتحاد دارای تمام عناصر مشترک و غیر مشترک بوده که وین دیاگرام آن قرار ذیل نشان داده می شود :



حالت سوم :

اگر سیت ب سیت فرعی سیت ج نیز باشد، پس اتحاد این دوسیت باز هم ب $\cup$ ج = {۱ ، ۲ ، م ، د ، س ، ن ، و} = ج می شود ، زیرا که سیت ج تمام این عناصر را دارا بوده که وین دیاگرام

آنها به شکل ذیل میباشد :



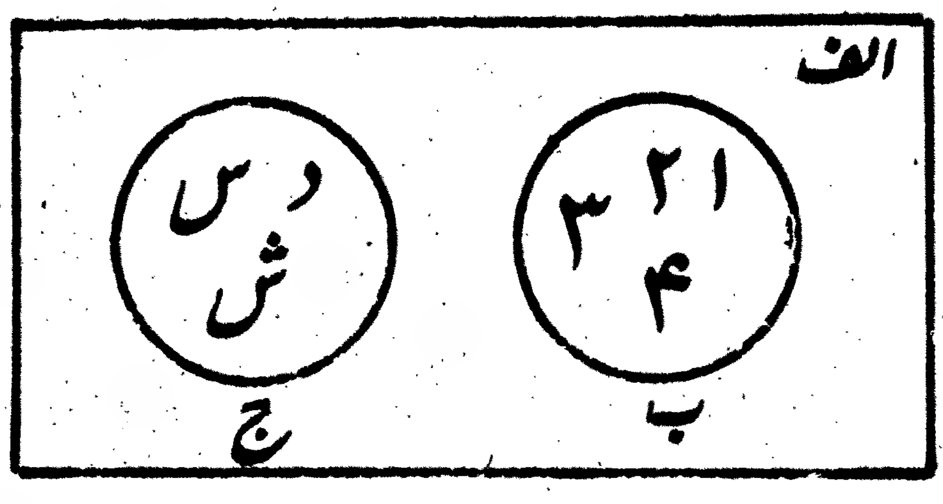
تقاطع از روی وین دیاگرام

تقاطع دو سیت ب و ج در وین دیاگرام سه حالت دارد :

حالت اول :

اگر سیت های ب و ج کدام عنصر مشترک نداشته باشند د دو سیت غیر مربوط باشند ، تقاطع آنها سیت خالی است ، که در ریاضی چنین نوشته می شود ب ∩ ج = $\varnothing$

د وین دیاگرام آنها به این شکل است :



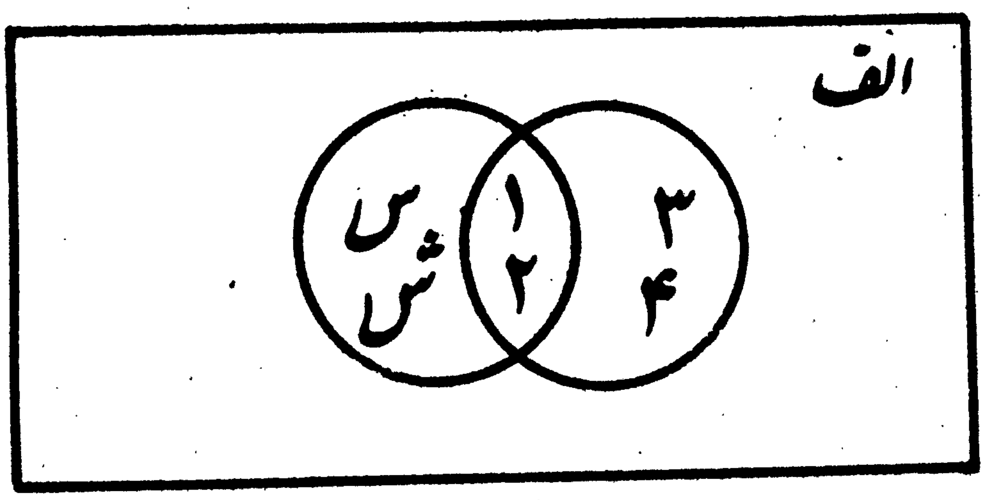
حالت دوم :

اگر سیت های ب و ج یک یا چند عنصر مشترک داشته باشند مثل

ب = { ۱، ۲، ۳، ۴ } وسیت ج = { ۱، ۲، س، ش } باشد

پس تقاطع آنها سیت عناصر مشترک بوده که در ریاضی چنین نشان داده می شود:

ب ∩ ج = { ۱، ۲ } و وین دیاگرام آنها به شکل ذیل می باشد:



{ ۱، ۲ } تقاطع سیت های ب و ج را درین شکل نشان میدهد:

حالت سوم : اگر سیت ب سیت فرعی سیت ج باشد یعنی ب = { ۱، ۲، ۳ }

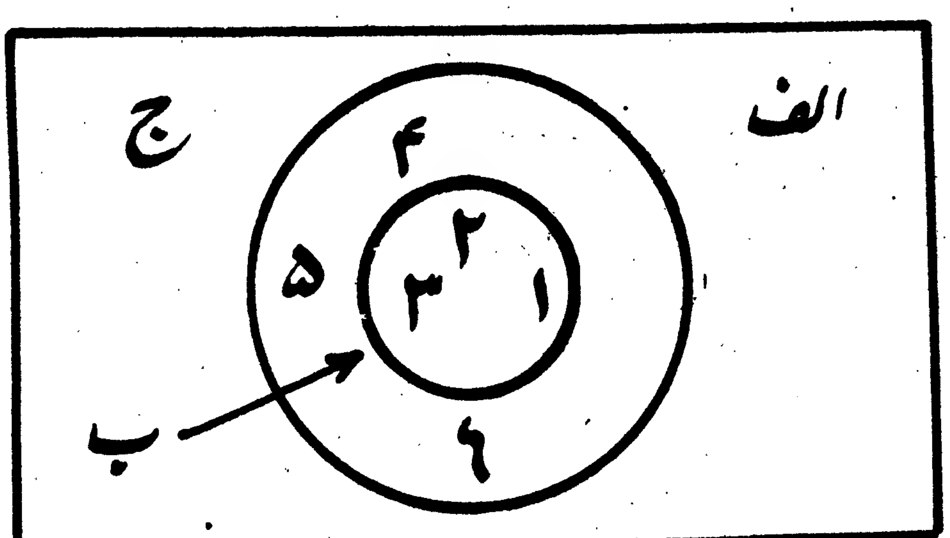
و ج = { ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ } باشد. پس تقاطع آنها سیت عناصر مشترک

آنها یعنی { ۱، ۲، ۳ } است، که

در ریاضی چنین نشان داده می شود:

ب ∩ ج = { ۱، ۲، ۳ } = ب

و وین دیاگرام آنها به این شکل است:



تمرین

۱- ریاضی را تعریف نمائید ؟

۲- پیش از ارقام عربی و هندی برای نمایش اعداد کدام نوع ارقام رواج داشت ؟

۳- اکنون چرا ارقام رومی در محاسبه ها بکار نمی روند ؟

۴- سیت را تعریف کنید ؟

۵- سیت خالی وسیت یک عنصره با هم چه فرق دارد ؟

۶- سیت های مساوی را تعریف نمائید ؟

۷- سیت های معادل را تعریف نمائید ؟

۸- اگر ب = { مسجدالحرام ، مسجدالاقصی ، مسجدالنبیؐ }

و ج = { مسجدالنبیؐ ، مسجدالاقصی ، مسجدالحرام }

پس : کدام یکی از جوابات ذیل صحیح است ؟

۱- سیت های ب و ج باهم مساوی اند .

۲- سیت های ب و ج باهم معادل اند .

۳- سیت های ب و ج باهم مساوی نیستند .

۹ - یک سیت اشیای مختلف را بنویسید ؟

۱۰ - سیت اعدادی را بنویسید که از ۱۴ کوچکتر باشند .

۱۱ - سیت اسماء مضامینی را بنویسید که درین صنف می خوانید .

۱۲ - سیت نامهای میوه جات وحیواناتی را بنویسید که در قریه تان یافت می شوند .

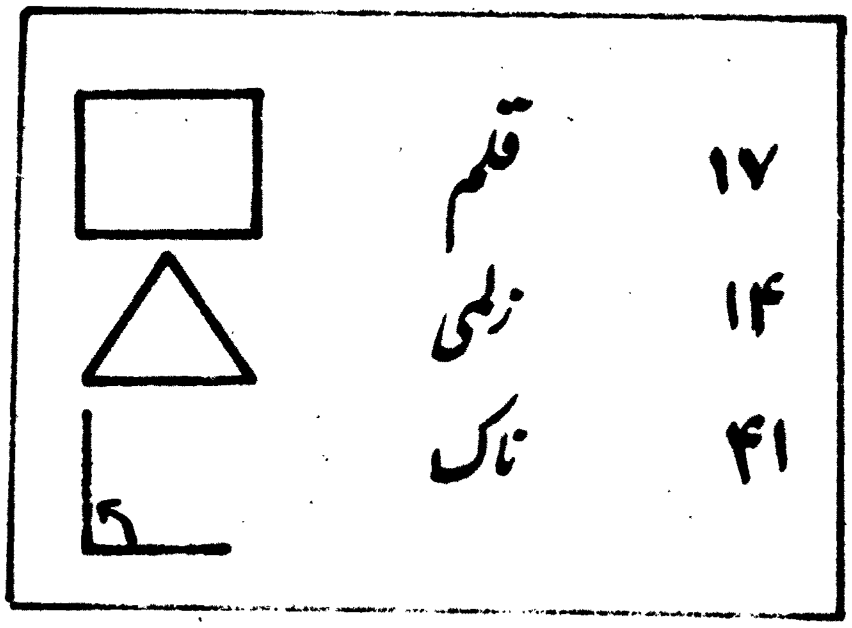
۱۳ - هریک از سیت های ذیل چند عنصر دارد . عناصر هر سیت را نام بگیرید :

الف = { کلمه ، نماز ، روزه ، زکات ، حج }

ب = { مهاجر ، مسلمان ، قرآن ، مؤمن ، مجاهد }

ج = { خانه ، ده ، قریه ، ولسوالی ، ولایت ، وطن }

۱۴- سیت ذیل را در نظر بگیرید :

ن = 

کدام یک از اعداد ذیل در سیت ن اشتراک دارد ، و کدام آنها در آن شامل نیست ؟

شمولیت و عدم شمولیت را به علامات $\in$ و $\notin$ نشان دهید .

۲۸ ،  ، نصیر ، خوب ، زلمی ، ن ، خربوزه ، 

۱۵- مثال سیت های مساوی اعداد و اشیاء را بنویسید .

۱۶- آیا سیت های ذیل باهم مساوی است ؟

الف = { ۳ ، قلم ، کتاب } ح = { ۱ ، سنگ ، کوه ، وطن }

ب = { ۲ ، ۵ ، ۴ } س = { طاق ، چوب ، سرک ، مرمی تفنگ }

ج = { ۴ ، ۹ ، ۸ ، ۲ } ش = { مرد ، میز ، موتر }

بصورت عموم اعدادیکه اکنون درحساب استعمال می شوند از طرف دانشمندان عربی و هندی برای حساب انتخاب شده اند، که بعداً در قرن چهاردهم و پانزدهم میلادی به اروپا انتقال یافته و مردم اروپا نیز با آنها آشنا شدند.

قبل از ارقام عربی و هندی ارقام رومی برای حساب استعمال می شدند، که از یکطرف محاسبه های ساده حسابی را دشوار تر می ساخت و از طرف دیگر نوشتن آنها مشکلات ایجاد میکرد.

زیرا در هنگام نوشتن و حساب کردن جای زیاد را میگرفت، ازینرو برای آسانی کار استعمال ارقام هندی و عربی درحساب رواج یافت.

ارقام اعداد رومی از یک تا ده (۱ - ۱۰) قرار ذیل میباشند:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
یک	دو	سه	چهار	پنج	شش	هفت	هشت	نه

X

ده

۱۷ـ در سیت های ذیل سیت های مساوی ، معادل و سیت های غیرمعادل را نشان دهید .

الف = {ا ، ب ، ن ، ۳} ب = {ب ، ن ، ۳ ، ۱}

ج = {هفته ، ماه ، حمل ، ثور ، جوزا ، سرطان}

د = {شنبه ، یکشنبه ، دوشنبه ، سه‌شنبه ، چهارشنبه}

هـ = {قلم ، کتاب ، کاغذ ، پنسل ، تباشیر ، تخته سیاه ، صنف}

و = {اسد ، سنبله ، میزان ، عقرب ، قوس ، جدی}

ذ = {هفته ، ماه ، دلو ، حوت}

ح = {سال ، بهار ، تابستان ، خزان ، زمستان}

فصل سوم

کسر

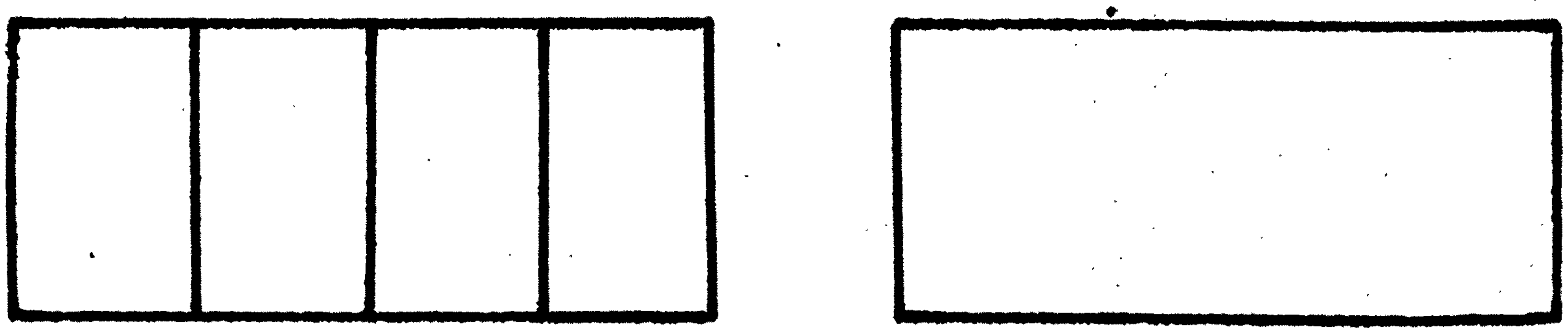
تعریف : کسر در لغت شکستن را گویند و در اصطلاح ریاضی تقسیم نمودن یک شی بر چند حصهٔ مساوی و از آن یک یا چند حصه گرفتن را کسر می نامند.
کسر بر دو قسم است : کسر عام و کسر عشار

۱- کسر عام : هرگاه یک شی بر بر چند حصهٔ مساوی تقسیم گردد و یک یا چند حصه از آن گرفته شود، آنرا کسر عام گویند مانند $\frac{۲}{۳}$ ، که یک شی بر سه حصه تقسیم و دو حصه از آن گرفته شده است.

عدد یکه تعداد حصه های مساوی را نشان میدهد بنام مخرج کسر یاد می شود، و عدد یکه تعداد قسمت های گرفته شده را نشان میدهد بنام صورت کسر یاد می شود.

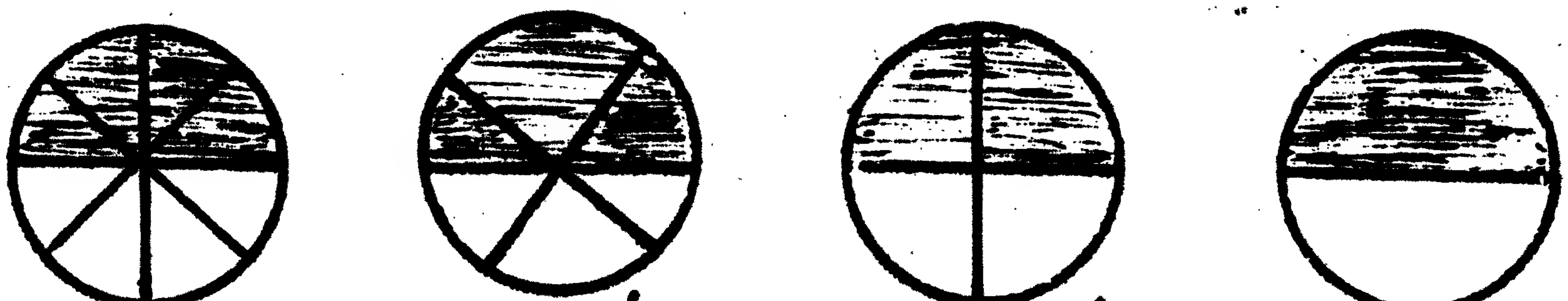
مثلاً اگر یک ورق کاغذ را بر چهار حصهٔ مساوی تقسیم نمائیم پس هر حصهٔ آن چهارم

حصهٔ ورق کاغذ یعنی $\frac{1}{4}$ می شود .



ورق کاغذ   یک ورق کاغذ بر چهار حصهٔ مساوی تقسیم شده است .

کسرهای معادل : در اشکال ذیل قسمت های سیاه شده کسرهای معادل را نشان میدهد .



شکل الف   شکل ب   شکل ج   شکل د

در اشکال فوق به آسانی دیده می شود که در شکل الف قسمت ($\frac{1}{2}$) در شکل ب قسمت ($\frac{2}{4}$)، در شکل ج قسمت ($\frac{3}{6}$) و در شکل د قسمت $\frac{4}{8}$ سیاه شده است .

قسمت های سیاه شدهٔ این اشکال باهم مساوی اند . ازینرو گفته می توانیم که تمام کسرهای فوق باهم معادل بوده و ساده ترین شکل آنها کسر $\frac{۱}{۲}$ است .

یعنی $\frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۴} = \frac{۳}{۶} = \frac{۴}{۸}$ می شود .

اگر صورت و مخرج یک کسر با عین عدد (غیر از صفر) ضرب گردد ، کسر جدیدیکه از آن بدست می آید با کسر اولی معادل میباشد .

مثال : $\frac{۲}{۳} = \frac{۲ \times ۲}{۲ \times ۳} = \frac{۳ \times ۲}{۳ \times ۳} = \frac{۴}{۶} = \frac{۶}{۹}$

هرگاه صورت و مخرج یک کسر را برعین عدد (غیر از صفر) تقسیم نمائیم ، پس کسر جدیدیکه از آن بدست می آید با کسر اولی معادل می باشد .

مثال : $\frac{۴}{۶} = \frac{۲ \div ۴}{۲ \div ۶} = \frac{\frac{۴}{۲}}{\frac{۶}{۲}} = \frac{۲}{۳}$

اقسام کسر عام : کسر عام بصورت عموم بر دو قسم است : کسر خالص و کسر غیر خالص .

۱ـ کسر خالص :

کسری را گویند که صورت آن از مخرجش کوچکتر باشد مثل $\frac{۳}{۴}$ ، $\frac{۱}{۲}$ ، $\frac{۹}{۱۱}$ وغیره .

۲ ـ کسر غیر خالص :

کسری است که صورتش از مخرج آن بزرگتر باشد و یا هر دوی آن باهم مساوی باشند مثل $\frac{۹}{۸}$ ، $\frac{۲۲}{۷}$ ، $\frac{۱۵}{۴}$ ، $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ ، $\frac{۸۰}{۸۰}$ ، $\frac{۹}{۹}$ وغیره .

کسرهای غیرخالص بر دو قسم است : کسر مخلوط و کسر واحد .

الف : کسر مخلوط :

کسری را گویند که از اعداد صحیح و کسری تشکیل یافته باشد . مثل $\frac{۱۹}{۵} = ۳\frac{۴}{۵}$
$\frac{۷}{۳} = ۲\frac{۱}{۳}$ و غیره .

ب : کسر واحد :

کسری که صورت و مخرج آن باهم مساوی باشد بنام کسر واحد یاد می شود .
مثل $\frac{۳}{۳}$ ، $\frac{۴}{۴}$ ، $\frac{۵۰}{۵۰}$ ، $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ وغیره

تبصره : کسرهای واحد همیشه با یک مساوی می باشند مثل $\frac{12}{12} = \frac{50}{50} = \frac{5}{5} = 1$ می شود .

غیر واجب نمودن کسر عام :

یک کسر مخلوط طور ذیل غیر واجب می شود :

مثال : $3\frac{1}{2}$ یک کسر مخلوط است ، می خواهیم آنرا غیر واجب نمائیم .

حل : مخرج کسر (۲) را با عدد صحیح (۳) ضرب نموده و صورت (۱) را با آن جمع می کنیم ، مجموع را در صورت می نویسیم و در مخرج آن کدام تغیری رخ نمیدهد .

$3\frac{1}{2} = \frac{1+3\times2}{2} = \frac{1+6}{2} = \frac{7}{2}$ یعنی $3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ می شود .

تعریف :

هرگاه یک کسر اعداد صحیح و کسری هردو داشته باشد به شکل کسری تبدیل نمودن آنرا تجنیس یا غیر واجب کردن کسر عام گویند .

مثال : کسر $4\frac{1}{3} = \frac{1+4\times3}{3} = \frac{1+12}{3} = \frac{13}{3}$

لذا $4\frac{1}{3} = \frac{13}{3}$ می شود .

یاداشت :

کسرهای عام وقتی به آسانی مقایسه شده میتوانند که مخرج مشترک آنها را دریافت نمائیم زیرا، هرگاه مخارج کسور یکسان شوند، همان کسر بزرگتر است که صورت آن زیاد باشد.

مثلاً کسرهای $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۴}{۵}$ را باهم چنین مقایسه می نمائیم:

$$\frac{۲ \times ۵}{۳ \times ۵} = \frac{۱۰}{۱۵} \quad \text{و} \quad \frac{۴ \times ۳}{۵ \times ۳} = \frac{۱۲}{۱۵}$$

می بینیم که در کسر معادل $\frac{۲}{۳}$ یعنی $\frac{۱۰}{۱۵}$ صورت (۱۰) است در حالیکه در کسر معادل $\frac{۴}{۵}$ یعنی $\frac{۱۲}{۱۵}$ صورت (۱۲) می باشد که $۱۰ < ۱۲$ است.

پس چون $\frac{۱۲}{۱۵} > \frac{۱۰}{۱۵}$ است پس همچنین $\frac{۴}{۵} > \frac{۲}{۳}$ می باشد.

۱ - جمع نمودن کسور عام :

اگر خواسته باشیم که کسور عام را باهم جمع نمائیم دو حالت را مطالعه میکنیم :

حالت اول : هرگاه مخرج های کسور مساوی باشند تنها صورت های آنها را باهم جمع نموده و آنرا بر مخرج مشترک مینویسیم. مثال :

$$\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{4+3}{5}=\frac{7}{5}=1\frac{2}{5}$$ می شود.

حالت دوم : اگر مخرج های کسور مختلف باشند، اولاً کسور را هم مخرج ساخته وسپس آنها را جمع می نمائیم.

مثال : $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{6}$ را باهم جمع میکنیم.

حل : $$\frac{2}{3}+\frac{5}{6}=\frac{6\times 2}{6\times 3}+\frac{5\times 3}{6\times 3}=\frac{12}{18}+\frac{15}{18}=\frac{27}{18}$$

$$=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$$

جمع نمودن کسرهای مخلوط :

مثال : کسور $۲\frac{۳}{۸}$ و $۳\frac{۱}{۸}$ را باهم جمع نمائید .

حل : طریقه اول :

$$۲\frac{۳}{۸} + ۳\frac{۱}{۸} = \frac{۱۹}{۸} + \frac{۲۵}{۸} = \frac{۱۹+۲۵}{۸} = \frac{\cancel{۴۴}^{۱۱}}{\cancel{۸}_{۲}} = \frac{۱۱}{۲} = ۵\frac{۱}{۲}$$

طریقه دوم :

$$۲\frac{۳}{۸} + ۳\frac{۱}{۸} = \left(\frac{۳}{۸} + \frac{۱}{۸}\right) + (۲ + ۳) = ۵ + \frac{۳+۱}{۸} = ۵ + \frac{۴}{۸} =$$

$$= ۵\,\frac{\cancel{۴}^{۱}}{\cancel{۸}_{۲}} = ۵\frac{۱}{۲}$$

مثال : یک مجاهد سه ساعت پیاده رفت و در ساعت اول $۴\frac{۳}{۵}$ ، در ساعت دوم $۳\frac{۱}{۵}$ و در ساعت سوم $۳\frac{۴}{۷}$ کیلومتر راه طی نمود ، معلوم نمائید که مجاهد مذکور مجموعاً چند کیلومتر مسافه را طی نموده است ؟

حل :

$$۴\frac{۳}{۵} + ۳\,\frac{۱}{۵} + ۳\,\frac{۴}{۷} = \frac{۲۳}{۵} + \frac{۱۶}{۵} + \frac{۲۵}{۷}$$

چون مخرج مشترک ۳۵ می شود .

لذا $\frac{۲۳}{۵}+\frac{۱۶}{۵}+\frac{۲۵}{۷}=\frac{۷\times۲۳}{۳۵}+\frac{۷\times۱۶}{۳۵}+\frac{۵\times۲۵}{۳۵}$

$$=\frac{۱۶۱}{۳۵}+\frac{۱۱۲}{۳۵}+\frac{۱۲۵}{۳۵}=\frac{۱۶۱+۱۱۲+۱۲۵}{۳۵}=\frac{۳۹۸}{۳۵}=۱۱\frac{۱۳}{۳۵}$$

تفریق کسور عام :

تفریق نمودن کسور از یکدیگر عیناً مثل عملیه جمع کسور می باشد، مگر بعد از یافتن مخرج مشترک تنها صورت های آنها از همدیگر تفریق گردیده و بر مخرج مشترک نوشته می شود.

مثال : $\frac{۳}{۶}$ را از $\frac{۵}{۶}$ چنین تفریق می نمائیم :

حل :

$$\frac{۵}{۶}-\frac{۳}{۶}=\frac{۵-۳}{۶}=\frac{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{\underset{۳}{\cancel{۶}}}=\frac{۱}{۳}$$

مثال : $\frac{۲}{۷}$ را از $\frac{۴}{۵}$ چنین تفریق میکنیم.

حل : $\frac{۴}{۵}-\frac{۲}{۷}=\frac{۷\times۴}{۷\times۵}-\frac{۵\times۲}{۵\times۷}=\frac{۲۸}{۳۵}-\frac{۱۰}{۳۵}=\frac{۲۸-۱۰}{۳۵}=\frac{۱۸}{۳۵}$

طبقات و مراتب اعداد حساب

اعداد مروج در حساب به طبقه‌ها و مرتبه‌ها تقسیم گردیده که بعضی آن در جدول آتی نشان داده شده اند:

خواندن اعداد	طبقهٔ چهارم			طبقهٔ سوم			طبقهٔ دوم			طبقهٔ اول		
	صد میلیارد	ده میلیارد	میلیارد	صد میلیون	ده میلیون	میلیون	صد هزار	ده هزار	هزار	صدها	دهها	یکها
دو												۲
چهل و دو											۴	۲
پنجصد و چهل و دو										۵	۴	۲
شش هزار و یکصد سی و چهار									۶	۱	۳	۴
نوزده هزار و هشت صد و هفتاد و سه								۱	۹	۸	۷	۳
یکصد و سی چهار هزار و هفت صد و شصت و پنج							۱	۳	۴	۷	۶	۵
سه میلیون و چهار صد و پنجاه و دو هزار و نه صد و هشتاد و هفت						۳	۴	۵	۲	۹	۸	۷
بیست و نه میلیون یکصد و هشتاد و هفت هزار و شش صد و چهل و سه					۲	۹	۱	۸	۷	۶	۴	۳
نه صد و دوازده میلیون و سه صد و پنجاه و چهار هزار و هشت صد و شصت و پنج				۹	۱	۲	۳	۵	۴	۸	۶	۵
یک میلیارد و سه صد و چهل و هشت میلیون و هفت صد و شصت و پنج هزار و سه صد و نود و هشت			۱	۳	۴	۸	۷	۶	۵	۳	۹	۸
چهل و سه میلیارد و دو صد و هفتاد و نه میلیون و هشت صد و پنجاه هزار و ده.		۴	۳	۲	۷	۹	۸	۵	۰	۰	۱	۰
ششصد میلیارد و سه صد و بیست و یک میلیون و پنج صد و هشتاد و هفت هزار	۶	۰	۰	۳	۲	۱	۵	۸	۷	۰	۰	۰

مثال : کسر ۵ ۲/۷ را از کسر ۶ ۳/۷ تفریق نمائید .

حل :

$$6\frac{3}{7} - 5\frac{2}{7} = \frac{45}{7} - \frac{37}{7} = \frac{45 - 37}{7} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$$

ضرب کسور عام :

اگر خواسته باشیم که یک عدد صحیح را در عدد کسری و یک عدد کسری را در عدد صحیح و یا یک کسر را در کسر دیگر ضرب نمائیم این چنین عمل میکنیم :

مثال :

$$5 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{5 \times 1}{1 \times 4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

مثال: $$\frac{7}{9} \times 8 = \frac{7}{9} \times \frac{8}{1} = \frac{7 \times 8}{9 \times 1} = \frac{56}{9} = 6\frac{2}{9}$$

مثال: $$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{5 \times 4} = \frac{\cancel{6}^{\,3}}{\cancel{20}_{\,10}} = \frac{3}{10}$$

مثال: $\frac{105}{54} = \frac{3\times7\times5}{1\times9\times6} = \frac{3}{1}\times\frac{7}{9}\times\frac{5}{6} = 3\times\frac{7}{9}\times\frac{5}{6}$

$= 1\frac{51}{54}$

یادداشت: برای بدست آوردن حاصل ضرب کسور صورت هر کسر را با صورت کسر دیگر و مخرج اش را با مخرج آن ضرب می نمائیم.

کسور مخلوط قرار ذیل باهم ضرب می شوند:

مثال $3\frac{17}{20} = \frac{77}{20} = \frac{7\times11}{5\times4} = \frac{7}{5}\times\frac{11}{4} = 1\frac{2}{5}\times2\frac{3}{4}$

مثال: اگر قیمت یک پنسل $1\frac{1}{2}$ افغانی باشد قیمت ۸ پنسل چند افغانی خواهد بود؟

حل: ۱۲ افغانی $= 12 = \frac{12}{1} = \frac{24}{2} = \frac{8}{1}\times\frac{3}{2} = 8\times\frac{3}{2} = 8\times1\frac{1}{2}$

تقسیم کسور عام:

در عملیه تقسیم کسور، کسر دوم را معکوس نموده و بعد از آن مثل ضرب کسور عملیه تقسیم را اجرا میکنیم.

مثال : $۲\frac{۳}{۴} \div ۱\frac{۱}{۲} = \frac{۱۱}{۴} \div \frac{۳}{۲} = \frac{۱۱}{۴} \times \frac{۲}{۳} = \frac{۲۲}{۱۲} = \frac{۱۱}{۶} = ۱\frac{۵}{۶}$

مثال : $۸ \div \frac{۳}{۴} = \frac{۸}{۱} \times \frac{۴}{۳} = \frac{۳۲}{۳} = ۱۰\frac{۲}{۳}$

مثال : $۵\frac{۲}{۳} \div ۴ = \frac{۱۷}{۳} \div \frac{۴}{۱} = \frac{۱۷}{۳} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۱۷}{۱۲} = ۱\frac{۵}{۱۲}$

کسرهای دورانی :

بعضی اوقات در عملیه تقسیم وکسور با اعدادی روبرو می شویم که صورت کسر را هر قدر بر مخرج آن تقسیم نمائیم مقسوم علیه پایان نداشته و یک یا چند رقم در مقسوم باقی می ماند ، این نوع کسور را کسرهای متوالی می نامند .
زیرا هر قدریکه عملیه تقسیم ادامه داده شود باز هم همان عدد باقیمانده تکرار میگردد.
درین چنین عملیه تقسیم وکسور بالای ارقام متوالی علامهٔ متوالی چنین (——) نوشته می شود .

تعریف : کسرهای دورانی کسوری را گویند که صورت آنها بر مخرج مکملاً تقسیم نمی شود ، و باقیمانده از آن بصورت لایتناهی تکرار میگردد .

مثال : $\frac{۴}{۳}$ یک کسر است که خارج قسمت آن را طور ذیل می یابیم.

حل :

۴	۳
۳	۱,۳۳۳۰
۱۰	
۹	
۱۰	
۹	
۱۰	
۹	
۱	

چنانچه می بینیم هرچندیکه ۴ را بر ۳ تقسیم میکنیم باقیمانده یک (۱) وخارج قسمت آن ۱,۳۳۳ ... می شود که شکل دورانی آن چنین ($۱,۳۳\overline{۳}$) نوشته می شود.

مثال : $\frac{۵}{۱۱} = ؟$

حل :

۵۰	۱۱
۴۴	۰,۴۵۴۵۴۵
۶۰	
۵۵	
۵۰	
۴۴	
۶۰	
۵۵	
۵۰	
۴۴	
۶۰	
۵۵	
۵	

چنانچه می بینیم هرچندیکه ۵ را بر ۱۱ تقسیم می نمائیم خارج قسمت آن بصورت تکرار ۴۵ می شود و باقیماندهٔ آن ۵ و ۶ تکرار میگردد.

ازینرو مینویسیم که $\frac{۵}{۱۱} = ۰،۴۵۴۵\overline{۴۵}$ می شود.

تمرین

۱ـ کسرهای ذیل را غیر واجب نمائید:

$۳\frac{۲}{۵}$ ، $۶\frac{۱}{۴}$ ، $۷\frac{۴}{۷}$ ، $۲۵\frac{۱}{۳}$

$۳۲\frac{۲}{۳}$

۲ـ کسرهای ذیل را جمع نمائید:

$\frac{۷}{۸} + \frac{۶}{۸}$ ، $\frac{۷۸}{۱۷} + \frac{۱}{۱۷}$ ، $\frac{۶}{۳۱} + \frac{۱۴}{۴۲}$

$\frac{۴۴}{۱۰} + \frac{۱۱}{۵}$ ، $\frac{۱۷۸}{۸} + \frac{۱۱۲}{۶}$

۳- قیمت یک قلم $۳\frac{۱}{۵}$ افغانی و قیمت یک کتابچه $۲\frac{۳}{۴}$ افغانی است قیمت مجموعی قلم و کتابچه را معلوم کنید ؟

۴- یک نفر برای ساختن چاه مسجد یک بوری و $۲۳\frac{۱}{۴}$ کیلوگرام سمنت از بازار خریداری نمود ، اگر بوری سمنت $۴۹\frac{۱}{۲}$ کیلوگرام باشد معلوم نمائید که جمعاً چند کیلوگرام سمنت خریداری نموده است ؟

۵- سوالات ذیل را حل نمائید :

$\frac{۳}{۷} - \frac{۲}{۷}$ ، $\frac{۲۸}{۴۵} - \frac{۲۱}{۴۵}$ ، $\frac{۶}{۵} - \frac{۶}{۱۵}$ ، $\frac{۱۵}{۲۴} - \frac{۸}{۳۶}$

$۸\frac{۵}{۹} - ۳\frac{۷}{۹}$ ، $۳۵\frac{۹}{۱۲} - ۱۸\frac{۱}{۸}$

۶- یک مجاهد در یک شب و روز $۳\frac{۲}{۳}$ ساعت را به نماز خواندن و تلاوت قرآنکریم و $۴\frac{۱}{۲}$ ساعت را در خدمت به مردم سپری می نماید ، معلوم نمائید که در یک شب و روز چند ساعت فارغ می باشد ؟

۷- حاصل ضرب کسرهای ذیل را دریابید :

$\frac{7}{8} \times \frac{3}{4} = ?$　　　　$\frac{3}{4} \times \frac{7}{8} = ?$

$2 \times \frac{4}{9} = ?$　　　　$\frac{4}{9} \times 2 = ?$

$\frac{9}{11} \times \frac{17}{18} = ?$　　　　$\frac{17}{18} \times \frac{9}{11} = ?$

۸- در خالیگاه های ذیل اعداد مناسب بنویسید :

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \square = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{4} \times \square \times \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \times \frac{1}{8}$$

۹- سوالات ذیل را حل نمائید :

$\frac{1}{7} \div 5$ ، $\frac{1}{10} \div 7$ ، $\frac{2}{18} \div 9$

$\frac{13}{9} \div \frac{3}{36}$ ، $\frac{16}{28} \div \frac{8}{25}$ ، $14\frac{3}{7} \div 20\frac{8}{13}$

۱۰- قیمت $18\frac{1}{4}$ سیر گندم $2908\frac{3}{4}$ فغانی است قیمت یک سیر گندم را معلوم کنید .

۱۱- قیمت یک کیلوگرام انار $15\frac{2}{3}$ فغانی است با $195\frac{5}{6}$ فغانی چند کیلوگرام انار خریده میتوانیم .

۲- کسر اعشار

تعریف :

دهم ، صدم ، هزارم وهمچنین قسمت های دیگر یک عدد را کسر اعشار گویند یا به عبارت دیگر هرگاه مخرج یک عدد ۱۰ ، ۱۰۰ ، ۱۰۰۰ ویا امثال اینها باشد آنرا کسر اعشاری نامند .

لفظ اعشار از عشر گرفته شده وعشر دهم حصه را میگویند . مخرج کسر اعشار همیشه توسط ضرب ویا تقسیم شدن بر ده ، صد ، هزار وغیره بزرگتر

یا کوچکتر می شود .

تبصره :

این (،) علامهٔ اعشاری است که بطرف راست آن اعداد کسری و طرف چپ آن اعداد صحیح نوشته می شوند .

اگر بطرف راست آخرین رقم عدد کسر اعشار هرچند صفر گذاشته شده و یا از بین برود در قیمت کسر اعشار تغیری رخ نمیدهد .

مثلاً ۳،۰ = ۳۰،۰ = ۳۰۰،۰ می شود زیرا که ۳،۰ = $\frac{۳}{۱۰}$ = $\frac{۳۰}{۱۰۰}$ = $\frac{۳۰۰}{۱۰۰۰}$ است .

مقایسه نمودن کسور اعشاری :

در کسور اعشاری همان کسر بزرگتر می باشد که بطرف راست علامهٔ اعشاری رقم اول آن عدد بزرگتر باشد مثل اینکه ۸۲،۰ از ۶۹،۰ و

کسر اعشار چنین خوانده می شود : ۲۵،۰ (صفر اعشاریه دو ، پنج خوانده می شود)
بعد از علامهٔ (،) اعشاری از طرف چپ به راست رقم اول - دهمین ، رقم دوم - صدمین ، رقم سوم - هزارمین قسمت را نشان میدهد .

۰،۹۲ از ۰،۷۴ و ۰،۱۲۳ از ۰،۰۹۴۵ بزرگتر می باشد .

جمع نمودن کسور اعشاری :

کسور اعشاری طور ذیل باهم جمع می شوند .

مثال : میخواهیم کسور اعشاری ۰،۳ و ۰،۴ را باهم جمع نمائیم .

حل :

$$\begin{array}{r} ۰،۳ \\ + \; ۰،۴ \\ \hline ۰،۷ \end{array}$$

یا اینکه ۰،۳ + ۰،۴ = ۰،۷

مثال : ۰،۹ + ۲،۵ = ؟

حل :

$$\begin{array}{r} ۰،۹ \\ + \; ۲،۵ \\ \hline ۳،۴ \end{array}$$

یا اینکه ۰،۹ + ۲،۵ = ۳،۴

تفریق کسور اعشاری :

هرگاه خواسته باشیم که یک کسر اعشار را از کسر اعشار دیگر تفریق کنیم طور ذیل عمل می کنیم :

۱ ـ در هر دو کسر اعشاری تعداد ارقامی را که بطرف راست علامه اعشاری

در جدول بالا چهار طبقه و در هر طبقه سه مرتبه اعداد وجود دارد که مجموع مراتب هر چهار طبقه دوازده میباشد.

مثال اول : عدد ۱۲۴ چند مرتبه دارد ؟

حل : عدد ۱۲۴ سه مرتبه دارد که (۴) در مرتبه یکاً (۲) در مرتبهٔ دهاً و (۱) درمرتبهٔ صداً قرار دارد.

مثال دوم : عدد ۱۲۴۵۶۷ دارای چند طبقه و چند مرتبه است ؟

حل : عدد ۱۲۴۵۶۷ دارای شش مرتبه می باشد که دو طبقه می شود ، زیرا که (۷) در مرتبهٔ یکاً ، ۶ در مرتبهٔ دهاً و (۵) در مرتبه صداً قرار دارد که آنرا طبقه اول میگویند و (۴) در مرتبهٔ هزاراً ، (۲) در مرتبه ده هزاراً و (۱) درمرتبهٔ صدهزاراً واقع است که طبقهٔ دوم خوانده می شود . پس عدد فوق دو طبقه و شش مرتبه دارد.

قرار دارند با زیاد نمودن صفرها مساوی می سازیم .

۲- مفروق را طوری زیر مفروق منه می نویسیم که علامه های اعشاری آنها یکی زیر دیگری قرار گیرد .

۳- عملیه تفریق آنها را مثل اعداد صحیح انجام میدهیم .

۴- در حاصل تفریق علامه اعشاری را زیر علامه مفروق و مفروق منه میگذاریم .

مثال : ۲۳،۷۵ را از ۴۵،۹ تفریق نمائید .

حل : اولاً در مفروق و مفروق منه تعداد ارقام بعد از علامه اعشاری را با زیاد نمودن یک یا چند صفر مساوی می سازیم :

۴۵،۹۰ = ۴۵،۹

اکنون آنها را مانند اعداد صحیح از یکدیگر تفریق می نمائیم .

```
  ۴۵،۹۰
- ۲۳،۷۵
 ------
  ۲۲،۱۵
```

مثال : ۵۴،۵۰ را از ۶۸،۶۰۰ تفریق نمائید .

حل : ۶۸،۶۰۰ = ۶۸،۶۰

```
  ۵۴،۵۰
- ۴۸،۶۰
-------
   ۵،۹۰
```

ضرب کسر اعشار :

هرگاه خواسته باشیم که دو کسر اعشاری را باهم ضرب نمائیم و حاصل ضرب آنها را دریابیم ، اولتر از همه هردو عدد را بدون درنظرگرفتن علامه های اعشاری مثل اعداد صحیح ضرب نموده وسپس ارقام اعشاری مضروب و مضروب فیه را حساب میکنیم و با نوشتن علامهٔ اعشاری در حاصل ضرب ارقام اعشاری را به همان تعداد جدا می سازیم . اما اگر تعداد ارقام حاصل ضرب کمتر باشند با اضافه نمودن صفر ها تعداد ارقام را مکمل نموده و بعداً علامه اعشاری را می نویسیم .

۱- مثال : ۳ × ۰،۵ = ۱،۵

۲- مثال :

```
  ۲،۴
× ۳،۲
-----
   ۴۸
  ۷۲
-----
 ۷،۶۸
```

۳- مثال :

```
    ۸،۱۲
×   ۲،۲۳
--------
    ۲۴۳۶
   ۱۶۲۴
  ۱۶۲۴
--------
 ۱۸،۱۰۷۶
```

۴- مثال:

```
   ۰،۰۲
×  ۰،۰۰۳
---------
۰،۰۰۰۰۶
```

۵- مثال:

۶۰،۸ = ۱۰ × ۶،۰۸

۶- مثال: ۳۵ = ۱۰۰ × ۰،۳۵

یاداشت:

هرگاه یک عدد اعشاری با (۱۰)، (۱۰۰)، (۱۰۰۰) ومثل اینها یا اعداد دیگر ضرب گردد علامهٔ اعشاری آن به ترتیب یک، دو، سه خانه بطرف راست انتقال می یابد یعنی عدد بزرگتر می شود.

مثالها:

الف: ۰،۰۵ = ۱۰ × ۰،۰۰۵ ب: ۰،۵ = ۱۰۰ × ۰،۰۰۵

ج: ۵ = ۱۰۰۰ × ۰،۰۰۵ د: ۲۰۴ = ۱۰۰ × ۲،۰۴

مثالهای دیگر در مورد ضرب اعداد اعشاری.

۱- ؟ = ۳،۹ × ۲،۳

حل: $۸،۹۷ = \frac{۸۹۷}{۱۰۰} = \frac{۳۹}{۱۰} \times \frac{۲۳}{۱۰} = ۳،۹ \times ۲،۳$

مثال
۲- ۰،۴۸ × ۳،۴۲ = ؟

حل : ۰،۴۸ × ۳،۴۲ = ۴۸/۱۰۰ × ۳۴۲/۱۰۰ = ۱۶۴۱۶/۱۰۰۰۰ = ۱،۶۴۱۶

مثال
۳- ۰،۵۴ × ۱،۸۶ = ؟

حل : ۰،۵۴ × ۱،۸۶ = ۵۴/۱۰۰ × ۱۸۶/۱۰۰ = ۱۰۰۴۴/۱۰۰۰۰ = ۱،۰۰۴۴

مثال
۴- ۰،۰۷۲ × ۰،۰۳۱ = ؟

حل : ۰،۰۷۲ × ۰،۰۳۱ = ۷۲/۱۰۰۰ × ۳۱/۱۰۰۰ = ۲۲۳۲/۱۰۰۰۰۰۰ = ۰،۰۰۲۲۳۲

مثال
۵- ۰،۰۲۱ × ۳۸۱،۵ = ؟

حل : ۰،۰۲۱ × ۳۸۱،۵ = ۲،۱ × ۳،۸۱۵ ≈ ۲ × ۴ ≈ ۸

پس ۰،۰۲۱ × ۳۸۱،۵ تقریباً به (۸) مساوی است که جواب مکمل آن برابر است با ۸،۰۱۱۵ .

سوالات ذیل را بدون نوشتن طور ذهنی جواب گوئید .

الف : ۲،۴۲ × ۱۰ = ؟ ب = ۸،۹ × ۱۰۰ = ؟

ج : ۰،۶۳ × ۱۰۰۰ = ؟ د : ۰،۰۰۰۷ × ۱۰۰۰۰ = ؟

تقسیم کسر اعشار :

در تقسیم کسر اعشار مقسوم و مقسوم علیه را به ۱۰ ، ۱۰۰ ، ۱۰۰۰ یا مثل اینها اعداد دیگر ضرب می نمائیم تا مقسوم و مقسوم علیه به اعداد تام تبدیل شوند و بعد از آن مانند تقسیم اعداد تام برآنها عملیهٔ تقسیم را انجام میدهیم .

مثال : ۷،۲ ÷ ۴ = ؟

حل :
۷،۲ × ۱۰ = ۷۲
۴ × ۱۰ = ۴۰

۷،۲ ÷ ۴ = ۷۲ ÷ ۴۰ = ۱،۸

۷۲	۴۰
۴۰	۱،۸
۳۲۰	
۳۲۰	
x	

پس ۷،۲ ÷ ۴ = ۱،۸

مثال : ۲۲،۲ ÷ ۲ = ؟

حل : ۲۲،۲ ÷ ۲ = ۲۲،۲ × ۱۰ ÷ ۲ × ۱۰ = ۲۲۲ ÷ ۲۰ = ۱۱،۱

```
۲۲۲ | ۲۰
۲۰  |------
--- | ۱۱،۱
 ۲۲ |
 ۲۰ |
--- |
 ۲۰ |
 ۲۰ |
--- |
  × |
```

پس ۲۲،۲ ÷ ۲ = ۱۱،۱

مثال : ۳،۴۵ ÷ ۲،۱ = ؟

حل : ۳،۴۵ × ۱۰۰ ÷ ۲،۱ × ۱۰۰ = ۳۴۵ ÷ ۲۱۰ = ۱،۶۴۲

```
 ۳۴۵ | ۲۱۰
 ۲۱۰ |-------
---- | ۱،۶۴۲
۱۳۵۰ |
۱۲۶۰ |
---- |
 ۹۰۰ |
 ۸۴۰ |
---- |
 ۶۰۰ |
 ۴۲۰ |
---- |
 ۱۸۰ |
```

درچنین حالات بطرف راست علامهٔ اعشاری تنها تا رقم سوم انجام دادن عملیه تقسیم کافی است از ینرو می نویسیم که : ۳،۴۵ ÷ ۲،۱ ≈ ۱،۶۴۲

مثالهای دیگر تقسیم اعداد اعشاری .

۱ – ۱۲،۵ ÷ ۱۰ = ؟ ۲ – ۴،۲ ÷ ۱۰ = ؟

حل : ۱۲،۵ ÷ ۱۰ = ۱،۲۵ حل : ۴،۲ ÷ ۱۰ = ۰،۴۲

۳ – ۱۵ ÷ ۱۰۰۰ = ؟

حل : ۱۵ ÷ ۱۰۰۰ = ۱۵،۰ ÷ ۱۰۰۰ = ۰،۰۱۵

یادداشت :

هرگاه یک عدد اعشاری بر ۱۰ ، ۱۰۰ ، ۱۰۰۰ و امثال اینها اعداد دیگر تقسیم گردد ، علامهٔ اعشاری آن به ترتیب یک ، دو ، سه خانه بطرف چپ انتقال می یابد یعنی عدد کوچکتر می شود .

مثالها :-

الف : ۱۲،۵ ÷ ۱۰ = ۱،۲۵ ب : ۴،۲ ÷ ۱۰ = ۰،۴۲

ج : ۱۵ ÷ ۱۰۰ = ۰،۱۵ د : ۱۵ ÷ ۱۰۰۰ = ۰،۰۱۵

سوالات ذیل را بدون نوشتن طور ذهنی جواب گوئید :

الف : ۲۷،۴۸ ÷ ۱۰ = ؟

ب = ۵،۶۳۱ ÷ ۱۰ = ؟

ج = ۰،۰۲ ÷ ۱۰۰ = ؟

د = ۴،۸ ÷ ۱۰۰۰ = ؟

تبدیل نمودن کسور بریکدیگر

الف : تبدیل نمودن کسر عام بر کسر اعشار .

اگر خواسته باشیم که کسر عام $\frac{۱}{۲}$ را بر کسر اعشار تبدیل نمائیم، صورت (۱) را بر مخرج آن (۲) تقسیم می نمائیم .

۱ ÷ ۲ یا ۱ | ۲

می بینیم که (۱) بر (۲) قابل تقسیم نیست، پس ۱ را بر ۱۰ ضرب نموده تا ۱۰ شود و در خارج قسمت علامهٔ اعشاری میگذاریم : ۱۰ | ۲ ، ،

اکنون ۱۰ بر ۲ قابل تقسیم بوده که خارج قسمت آنرا بطرف راست علامهٔ اعشاری می نویسیم ۱۰ | ۲ ، ۱۰ | ،۵ ، × پس کسر عام $\frac{۱}{۲}$ = کسر اعشاری ۰،۵ .

مثال : $\frac{۱}{۴}$ را به کسر اعشار تبدیل نمائید . ۱۰ | ۴ ، ۸ | ،۲ ، ۲

درینجا می بینیم که ۲ بر ۴ قابل تقسیم نیست ، پس ۲ را باز در ۱۰ ضرب می نمائیم تا ۲۰ شده و بر ۴ قابل تقسیم گردد . اکنون خارج قسمت حاصل شده از تقسیم نمودن ۲۰ بر ۴ را که (۵) است بطرف راست خارج قسمت قبلی (۲) می نویسیم :

$$\begin{array}{r|l} 10 & 4 \\ \hline \underline{8} & 0{,}25 \\ 20 & \\ \underline{20} & \\ 0 & \end{array}$$

به این ترتیب $\frac{1}{4} = 0{,}25$ می شود.

مثال : $\frac{1}{3}$ را به کسر اعشار تبدیل نمائید .

حل : در اینجا نیز مثل مثالهای گذشته عمل می نمائیم .

$$\begin{array}{r|l} 10 & 3 \\ \hline \underline{9} & 0{,}3 \\ 10 & \end{array}$$

می بینیم که هر قدر عملیهٔ فوق را دوام بدهیم باز هم (۱) باقی می ماند و در خارج قسمت ۳ تکرار می شود . این چنین کسرها را کسرهای دورانی گویند و برای شناختن کسرهای دورانی بالای عددیکه سومین دفعه تکرار شده باشد یک خط کشیده می شود یعنی

$$\frac{1}{3} = 0{,}33\overline{3}$$

مثال : کسر $\frac{۲}{۳}$ را به کسر اعشار تبدیل کنید .

حل :

۲۰	۳
۱۸	۰،۶۶۶
۲۰	
۱۸	
۲۰	
۱۸	
۲	

پس $\frac{۲}{۳} = ۰،۶۶\overline{۶}$

مثال : $\frac{۸}{۳۳}$ را به کسر اعشار تبدیل نمائید .

۸۰	۳۳
۶۶	۰،۲۴۲۴
۱۴۰	
۱۳۲	
۸۰	
۶۶	
۱۴۰	
۱۳۲	
۸	

در مثال فوق می بینیم که بطرف راست علامهٔ اعشاری ۲۴ تکرار می شود ، پس این نوع کسر دورانی را نیز بصورت کوتاه ترچنین می نویسیم : $\frac{۸}{۳۳} = ۰،۲۴۲۴\overline{۲۴}$

مثالهای دیگر کسور دورانی قرار ذیل می باشند :

۱ :- $\frac{۵}{۱۱} = ۰،۴۵۴۵\overline{۴۵}$ یک کسر دورانی است که (۴۵) درآن همیشه تکرار

تمرین

۱ـ اعداد ذیل چند مرتبه و چند طبقه دارد ؟

الف :ـ ۱۵۳ ب :ـ ۲۸۷۶

ج :ـ ۱۲۵۶۷۸ د :ـ ۸۹۷۵۴۳۲۶

۲ـ اعداد ذیل چند طبقه دارد ؟

الف :ـ ۱۴۵۶۷۸ ب :ـ ۷۱۷۳۴۵۹۶

ج :ـ ۱۲۳۴۵۰۷۸۹۲۳

۳ـ اعداد ذیل را بخوانید :

الف :ـ ۲۵۴ ب :ـ ۱۲۶۷ ج :ـ ۲۷۶۰۵

د :ـ ۹۰۴۲۵۶ هـ :ـ ۹۸۹۵۲۴۳۱

میگردد از یرو نوشته میشود که $\frac{۵}{۱۱} = ۰،\overline{۴۵}$

۲- $\frac{۱}{۱۷} = ۰،\overline{۰۵۸۸۲۳۵۲۹۴۱۱۷}$

ب : تبدیل نمودن کسر اعشار برکسر عام :

برای تبدیل نمودن کسر اعشار برکسر عام مثال ذیل را مطالعه می نمائیم .

مثال : کسر اعشار ۰،۵ را برکسر عام تبدیل نمائید .

حل : مانند کسر عام در زیر ۰،۵ خط می کشیم و در پائین خط در مقابل علامهٔ اعشا (۱) و بطرف راست آن به تعداد ارقام طرف راست علامه اعشاری صفر گذاریم و علامه اعشاری را در نظر نمی گیریم .

اگر صورت و مخرج قابل اختصار باشند آنها را باهم اختصار می نمائیم .

$$۰،۵ = \frac{۰،۵۰}{۱} = \frac{۰،۵}{۱} \times \frac{۱۰}{۱۰} = \frac{۵}{۱۰} = \frac{\cancel{۵}^{۱}}{\cancel{۱۰}_{۲}} = \frac{۱}{۲}$$

پس کسر اعشار ۰،۵ = کسر عام $\frac{۱}{۲}$ است .

مثال : ۰،۷۸ را به کسر عام تبدیل نمائید .

$$\text{حل} = ۰،۷۸ = \frac{۰،۷۸}{۱} = \frac{۷۸}{۱۰۰} = \frac{\cancel{۷۸}^{۳۹}}{\cancel{۱۰۰}_{۵۰}} = \frac{۳۹}{۵۰}$$

پس ۰،۷۸ = ۳۹/۵۰

ج : تبدیل نمودن کسرهای دورانی بر کسر عام

مثال : ۰، ۳۳۳ را به کسر عام تبدیل نمائید .

حل : میدانیم که خط بالای عدد ۳ این معنی دارد که ۳ بطرف راست علامهٔ اعشاری به تعداد لایتناهی تکرار میگردد ، پس اگر ۰، ۳۳۳ = س فرض گردد بر دو طرف مساوات به ۱۰ ضرب شود ، در مساوات کدام تغییری پیش نمی آید.

پس داریم که I .... س = ۰، ۳۳۳

II .... (۱۰)س = ۳، ۳۳۳

اگر مساوات I را از II طرف به طرف تفریق نمائیم بدست می آید :

III .... ۹س = ۳

دورانی : اعدادی است که حین تقسیم نمودن پایان نمی یابند و بصورت لایتناهی تکرار می شوند در ۰، ۶۶۶ عدد ۶ دورانی است که اختتام ندارد . علامه دورانی (—) بالای اعداد دورانی نوشته می شود .

اگر هر دو طرف مساوات III را بر ۹ تقسیم نمائیم داریم که :

$$\frac{۳}{۹} = \frac{۹ \text{س}}{۹}$$

$$\text{س} = \frac{۳}{۹}$$

بعد از اختصار بدست می آید که $\text{س} = \frac{۱}{۳}$

یعنی $۰،۳۳\overline{۳} = \frac{۱}{۳}$ می شود.

مثال : $۰،۲۴۲۴\overline{۲۴}$ را به کسر عام تبدیل نمائید.

حل : I .... $\text{س} = ۰،۲۴۲۴\overline{۲۴}$

هر دو طرف مساوات I را به ۱۰۰ ضرب نموده و داریم که :

II .... $۱۰۰ \text{س} = ۲۴،۲۴۲۴\overline{۲۴}$

مساوات I را طرف به طرف از مساوات II تفریق نموده بدست می آید که : III .... $۹۹ \text{س} = ۲۴$

اگر هر دو طرف مساوات III را بر ۹۹ تقسیم نمائیم داریم که :

$$\frac{۹۹ \text{س}}{۹۹} = \frac{۲۴}{۹۹} \quad \text{یا} \quad \text{س} = \frac{۲۴}{۹۹}$$

بعد از اختصار بدست می آید که $\text{س} = \frac{۸}{۳۳}$

یعنی $۰،۲۴۲۴\overline{۲۴} = \frac{۸}{۳۳}$

تمرین

۱ ـ کسرهای عام را به کسرهای اعشار تبدیل نمائید .

$\frac{۶}{۱۵}$ ، $\frac{۴}{۷}$ ، $\frac{۱۳}{۱۰۰}$ ، $\frac{۱۶}{۲۵}$ ، $\frac{۱۷}{۲۰}$ ، $\frac{۶}{۱۰}$

۲ ـ در کسرهای ذیل کدام کسر عدد بزرگتر است ؟

الف : ۰،۴ و ۰،۴۲　　　ب : ۰،۳ و ۰،۳۱۲

ج : ۰،۹ و ۹،۱۴　　　د : ۰،۹۱ و ۰،۷

هـ : ۱۲،۵ و ۱۲،۵۱۴　　　و : ۹،۴ و ۹،۶۳

۳ ـ کسرهای اعشاری ذیل را به کسرهای عام تبدیل نمائید :

الف : ۰،۲۵　　　ب : ۰،۳۲

ج : ۰،۷۵　　　د : ۰،۵۰

۴ ـ عملیات ذیل را انجام نمائید :

الف : ۰،۴ + $\frac{۱}{۲}$ = ؟　　　ب : ۰،۱۵ + $\frac{۲}{۳}$ = ؟

۵- کسرهای اعشاری ذیل را باهم جمع نمائید :

الف : ۷،۹ + ۷،۲۱ = ؟ ب : ۰،۸۱ + ۰،۹۵ = ؟

ج : ۰،۴ + ۳،۵۱ + ۲،۲۵ = ؟

۶- کسرهای اعشاری ذیل را تفریق نمائید :

الف : ۰،۴۶ — ۰،۵ = ؟ ب : ۰،۶ — ۰،۴۵ = ؟

ج : ۱۷،۱۳۸ — ۲۸،۴ = ؟ د : ۲،۹۸۷ — ۱،۵ = ؟

۷- کسرهای ذیل را باهم ضرب نمائید :

الف : ۰،۸ × ۴ ب : ۰،۰۸ × ۳ ج : ۰،۰۰۲ × ۷

د : ۰،۵ × ۰،۷ ه : ۴،۷ × ۱۰۰۰ و : ۳،۱۴ × ۹،۷۸

۸- اگر قیمت یک گرام چای ۰،۲۵ افغانی باشد ، قیمت ۱۲ ، ۱۴۵ کیلوگرام را معلوم کنید ؟

۹- برای ساختن بیرق اسلامی ۱۲،۵ متر تکه را از بازار خریدیم ، اگر قیمت یک متر تکه ۶۵ ، ۷۵ افغانی باشد قیمت جمله تکه را معلوم نمائید ؟

۱۰ـ سوالات ذیل را حل نمائید :

الف: ۶،۳۲ ÷ ۰،۸ = ؟   ب: ۰،۲۳۳۷ ÷ ۰،۹ = ؟

ج: ۱۲،۸۷۵ ÷ ۰،۵ = ؟   د: ۲۸۹،۲۷ ÷ ۴،۰۸ = ؟

۱۱ـ کسرهای ذیل را به کسر اعشار تبدیل نمائید :

الف: $\frac{۱}{۶}$ ب: $\frac{۳}{۴}$ ج: $\frac{۵}{۸}$

د: $\frac{۲}{۷}$ هـ: $\frac{۸}{۹}$ و: $\frac{۲}{۵}$

ز: $\frac{۱۰}{۱۱}$ ح: $\frac{۱}{۱۰}$ ط: $\frac{۱}{۱۰۰}$ ی: $\frac{۱}{۱۰۰۰}$

۱۲ـ کسرهای اعشار ذیل را به کسرهای عام تبدیل نمائید :

الف: $۰،۶۶\overline{۶}$ ب: $۰،۲۲\overline{۲}$ ج: $۰،۵۵\overline{۵}$

د: $۰،۱۲۱۲\overline{۱۲}$ هـ: $۰،۶۳۲۶۳۲\overline{۶۳۲}$

فصل چهارم

نسبت وتناسب

نسبت :

مقایسه و اندازه کردن دو مقدار هم جنس در دو صورت امکان دارد . مثلاً ۱۲ کیلوگرام گندم را با ۴ کیلوگرام گندم طور ذیل مقایسه می نمائیم .

۱۲ کیلوگرام گندم و ۴ کیلوگرام گندم دو مقدار هم جنس می باشند .

صورت اول :

اگر پرسان نمائیم که مقدار اول از مقدار دوم چقدر بیشتر است ؟

۱۲ کیلوگرام گندم — ۴ کیلوگرام گندم = ۸ کیلو گرام گندم

فرقی را بدست می آریم که در بین هر دو مقدار موجود است .

صورت دوم :

اگر بپرسیم که مقدار اول چندین چند مقدار

$$۱۲ \text{ کیلوگرام گندم} \div ۴ \text{ کیلوگرام گندم} = \frac{۱۲ \text{ کیلوگرام گندم}}{۴ \text{ کیلوگرام گندم}} = ۳$$

دوم است ، یا مقدار دوم در مقدار اول چند
دفعه شامل است ؟ درینصورت خارج قسمت
هردو مقدار را بدست می آریم .

تبصره :

درصورت اول فرق دربین دو مقدارهم جنس
۸ کیلوگرام گندم است که با عدد (۸) اسم جنس
نیز ذکرگردیده است . پس هرگاه با فرق
دو مقدار هم جنس اسم جنس ذکر شده باشد فرق
آنها بنام نسبت حسابی یاد می شود .

۸ کیلوگرام گندم نسبت حسابی است

درصورت دوم خارج قسمت دومقدار
همجنس ۳ است که اسم جنس با آن
ذکر نشده است .

۳ نسبت هندسی است .

پس هرگاه با خارج قسمت دو مقدارهم جنس اسم جنس ذکرنشده باشد
نسبت آنها بنام نسبت هندسی یاد میگردد .

اکنون نسبت را طور خلاصه چنین تعریف می نمائیم :

یف : نسبت در بین دو کمیت هم جنس عددی است که نشان میدهد که
ت اول جزء کمیت دوم است یا کمیت اول چند دفعه در کمیت دوم شامل
ت و یا کمیت دوم چندین برابر کمیت اول می باشد.

هرگاه بگوئیم که نسبت بین دو وزن $\frac{3}{4}$ است مقصد ما این است که وزن
، $\frac{3}{4}$ وزن دوم است یا بعبارت دیگر وزن اول بر چهار حصهٔ مساوی
یم شده و ۳ حصه از آن گرفته شده است .

برای نمایش نسبت بین دو عدد بصورت عموم خط کسری (ــــ) و یا
قطه سر به سر (:) استعمال شده وچنین نوشته می شود .

$$\frac{3}{4} \quad \text{یا} \quad 3 : 4$$

که سه بر چهار یا سه به نسبت چهار خوانده می شود .

ر در یک نسبت صورت یا مخرج و یا هر دو کسرهای عام یا اعشار باشند.
بت در بین $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ بشکل ذیل نوشته می شود :

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} \quad \text{یا} \quad \frac{2}{3} : \frac{4}{5}$$

همچنین نسبت در بین ۳،۵ و ۶،۸ طور ذیل نوشته می شود :

$$\frac{۳،۵}{۶،۸} \quad \text{یا} \quad ۶،۸ : ۳،۵$$

در محاسبه نسبت ها یکه دارای جمله های کسری باشند همان اصول و قواعد قا
تطبیق می باشند که در محاسبه کسر ها بکار می روند.

مثال :

$$\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۴}} = ؟$$

حل :

$$\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۴}} = \frac{۱}{۲} \div \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۱} = \frac{۴}{۲} = ۲$$

پس نسبت در بین $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۴}$ دو (۲) است.

مثال :

$$\frac{۱}{\frac{۲}{۳}} = ؟$$

حل :

$$\frac{۱}{\frac{۲}{۳}} = ۱ \div \frac{۲}{۳} = \frac{۱}{۱} \times \frac{۳}{۲} = \frac{۳}{۲}$$

پس $\frac{۱}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۳}{۲}$ است.

فصل دوم

سیت

تعریف : هر نوع مجموعهٔ اعداد یا اشیاء که در یک گروه خاص ومعین جا داشته باشد بنام سیت یاد می شود، مثل گوسفند که عنصر یا جزء سیت حیوانات چهارپا است - همچنین روز های یک هفته که عبارت اند از شنبه ، یکشنبه ، دوشنبه ، سه شنبه، چهارشنبه، پنجشنبه وجمعه هفت عنصر دارد که سیت آنها را چنین می نویسیم :

سیت روزهای یک هفته = {شنبه ،یکشنبه ، دوشنبه ، سه شنبه ، چهارشنبه ،پنجشنبه ،جمعه} =۷

این نوع سیت بنام سیت نهایت دار یا سیت معلوم یاد می شود .

علاوه براین سیت اعداد طبیعی = ن ={۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ .....} است

مثال : $\frac{۰٫۳۰}{۲٫۷۰} = ؟$

حل : $\frac{۰٫۳۰}{۲٫۷۰} = \frac{۳۰}{۲۷۰} = \frac{۳}{۲۷}$

که بعد از اختصار $\frac{۰٫۳۰}{۲٫۷۰} = \frac{۱}{۹}$ می شود .

نسبت های معکوس :

دو نسبت را زمانی معکوس یکدیگر گویند که یکی از معکوس شدن دیگری بدست آمده باشد مانند $\frac{۴}{۳}$ که عکس $\frac{۳}{۴}$ است .

یا $\frac{۵}{۴}$ که عکس $\frac{۴}{۵}$ است .

حاصل ضرب دو نسبت معکوس مساوی با یک است .

مانند $\frac{۴}{۳}$ که معکوس $\frac{۳}{۴}$ است ، اگر آنها را با هم ضرب نمائیم حاصل ضرب آنها با یک مساوی می شود . $\frac{۴}{۳} \times \frac{۳}{۴} = \frac{۱۲}{۱۲} = ۱$

مثال : نسبت در بین ۳۵ سال و ۴۲ سال چند است ؟

حل : $\frac{\text{۳۵ سال}}{\text{۴۲ سال}} = \frac{۳۵}{۴۲} = \frac{۵}{۶}$ ، پس نسبت در بین ۳۵ سال و ۴۲ سال $\frac{۵}{۶}$ است.

مثال : عددی را دریافت نمائید که نسبت آن با ۲۵ مساوی به $\frac{۳}{۵}$ باشد.

حل : اگر عدد مطلوب را به س نشان دهیم پس می نویسیم که :- س : ۲۵ = ۳ : ۵

یا آنرا چنین می نویسیم $\frac{\text{س}}{۲۵} = \frac{۳}{۵}$

$\text{س} = \frac{۲۵}{۵} \times ۳ = ۵ \times ۳ = ۱۵$ است.

مثال : ارتفاع یک برج را از سایهٔ آن معلوم نمائید درصورتیکه طول سایهٔ آن ۳۳ متر باشد و از آخرین قسمت سایه بطرف برج سایهٔ ۳ متر دراز دارای ارتفاع ۲ متر باشد ؟

حل : ۳۳ : ه = ۳ : ۲

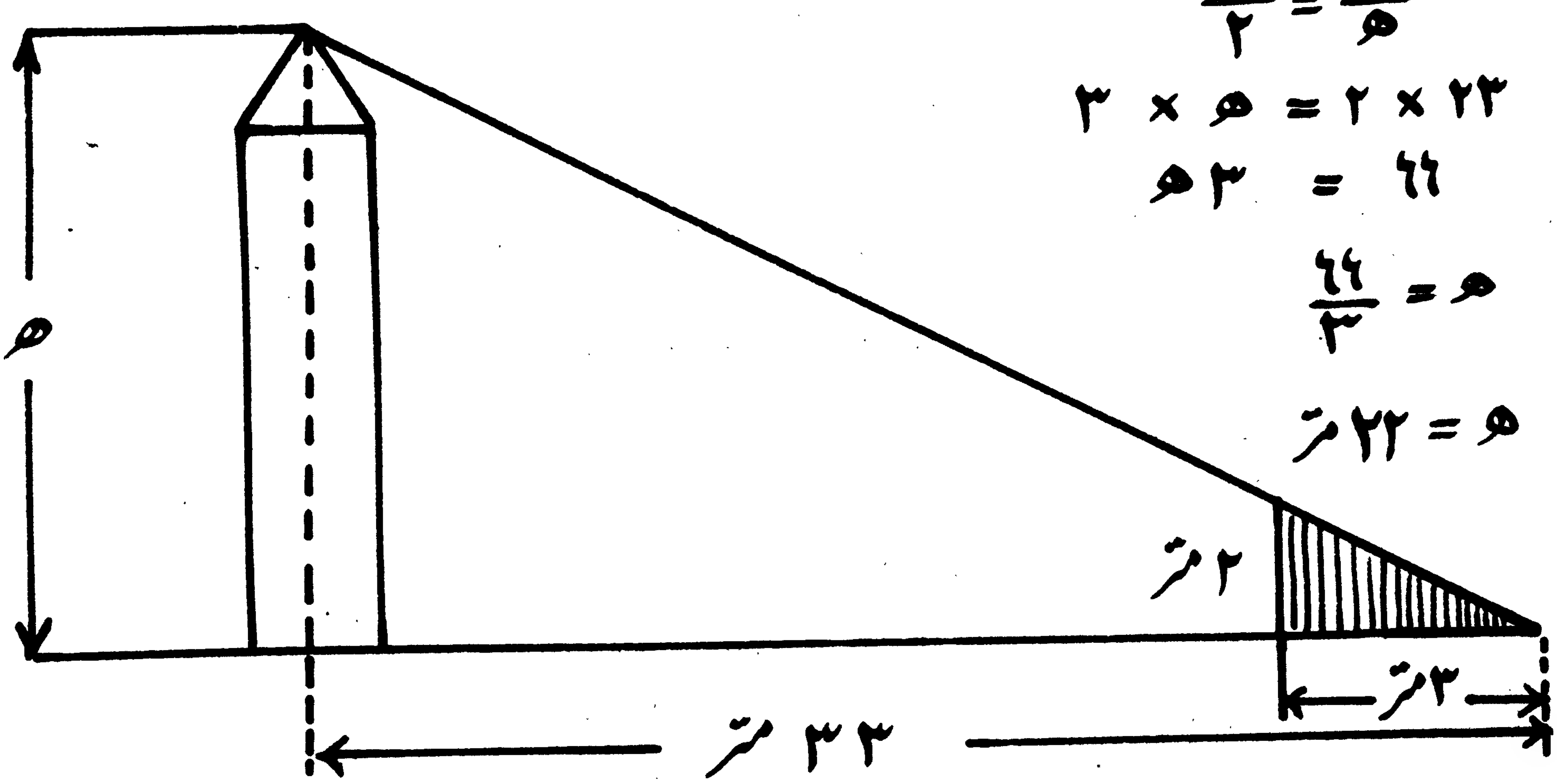
$\frac{۳۳}{\text{ه}} = \frac{۳}{۲}$

$۳۳ \times ۲ = \text{ه} \times ۳$

$۶۶ = ۳\text{ه}$

$\text{ه} = \frac{۶۶}{۳}$

ه = ۲۲ متر



مثال : در یک مخلوط گندم و جواری مقدار گندم و جواری ۵ : ۳ است در نیم سیر از مخلوط ذکر شده چند خورد گندم و چند خورد جواری است ؟

حل : مجموع اجزای مخلوط شدهٔ گندم و جواری = ۵ + ۳ = ۸ می شود.
اگر مقدار مخلوط شده را بر ۸ حصهٔ مساوی تقسیم نمائیم ۵ حصهٔ آن گندم و ۳ حصه جواری است . چون نیم سیر ($\frac{۱}{۲}$ من) = ۳۲ خورد می شود .

پس مقدار گندم = $\frac{۳۲}{۸} \times ۵ = ۵ \times ۴ = ۲۰$ خورد .

و مقدار جواری = $\frac{۳۲}{۸} \times ۳ = ۳ \times ۴ = ۱۲$ خورد ، می شود .

مثال :

۴۰ لیتر مخلوط شربت نیشکر و آب دارای نسبت ۳ و ۱ است چقدر آب در آن ریخته شود تا نسبت شربت نیشکر و آب $\frac{۵}{۲}$ شود ؟

حل : مجموع نسبت مخلوط شربت نیشکر و آب = ۳ + ۱ = ۴

مقدار شربت نیشکر = $\frac{۴۰}{۴} \times ۳ = ۳ \times ۱۰ = ۳۰$ لیتر

مقدار آب = $\frac{۴۰}{۴} \times ۱ = ۱ \times ۱۰ = ۱۰$ لیتر

چون مقدار شربت نیشکر (۳۰ لیتر) ثابت می باشد پس تنها آب اضافه می شود

تا نسبت $\frac{۵}{۲}$ بدست آید .

پس $\frac{۵}{۲} = \frac{۳۰}{\text{آب}}$ است .

آب = $\frac{۳۰}{۵} \times ۲ = ۶ \times ۲ = ۱۲$ لیتر می شود .

چون قبلاً ۱۰ لیتر آب در مخلوط وجود داشت پس مقدار آبیکه باید اضافه شود = $۱۲ - ۱۰ = ۲$ لیتر است .

مثال : اگر احمد ۱۵ ساله و برادرش ۵ ساله باشد . نسبت بین عمر شان چند خواهد بود ؟

حل : برای بدست آوردن نسبت بین عمر شان ۱۵ سال را بر ۵ سال تقسیم می نمائیم یعنی $\frac{\text{۱۵ سال}}{\text{۵ سال}} = ۳$ ، پس نسبت بین عمر شان ۳ است .

مثال : نسبتی را دریابید که با $\frac{۷}{۸}$ مساوی بوده و مجموع دو جمله آن ۳۰ باشد .

حل : اولاً صورت و مخرج نسبت داده شده را جمع می نمائیم $۷ + ۸ = ۱۵$ بعد از آن مجموع داده شده یعنی ۳۰ را بر مجموع صورت و مخرج یعنی ۱۵ تقسیم می نمائیم یعنی $\frac{۳۰}{۱۵} = ۲$

اکنون ۲ را با صورت و مخرج نسبت داده شده ضرب می نمائیم که به این ترتیب نسبت مطلوب ما از آن بدست می آید .

$\frac{۷ \times ۲}{۸ \times ۲} = \frac{۱۴}{۱۶}$ جواب . پس $\frac{۷}{۸} = \frac{۱۴}{۱۶}$ می شود

تمرین

۱ـ بین اعداد ذیل نسبت بدست آرید :

الف : ۱۳۶ متر و ۸۵ متر. ب : ۱۴۷ سانتی متر و ۱۰۵ سانتی متر

ج : ۱۹۴۴ افغانی و ۳۸۴ افغانی. د : ۴۸۶ کیلومتر و ۳۲۴ کیلومتر

ه : $\frac{۱}{۳}$ و ۲ و : $\frac{۸}{۵}$ و $\frac{۵}{۲}$

ز : $۴\frac{۱}{۵}$ گرام و $۳\frac{۳}{۴}$ گرام. ح : ۰،۷۸ کیلوگرام و ۱،۱۷ کیلوگرام

۲ـ عدد ۶۳ را طوری بر دو حصه تقسیم نمائید که نسبت در بین آنها ۶ : ۸ باشد .

۳ ـ هوا از آکسیجن و نایتروجن تشکیل یافته است که نسبت وزن های

آنها ۶ : ۸ است . وزن آکسیجن و هایدروجن را در ۴ کیلوگرام هوا معلوم کنید ؟

۴- یک بیرل گنجایش ۴۵۰ لیتر آب را دارد و از یک نل آب در ظرف ۱۲ دقیقه پر می شود ، بعد از هفت (۷) دقیقه در بیرل چند لیتر آب وجود خواهد داشت ؟

۵ - اگر برای ساختن صد گرام چکش ۹۰ گرام جست و ۱۰ گرام سرب لازم باشد در ۴،۵ کیلوگرام چکش چند گرام جست و سرب موجود خواهد بود؟

تناسب :

هرگاه نسبت در بین دو عدد با نسبت دو عدد دیگر مساوی باشد پس این چهار عدد یک تناسب را بوجود می آورد. مثلاً اگر «الف» به نسبت «ب» مساوی با «ج» به نسبت «د» باشد. پس «الف»

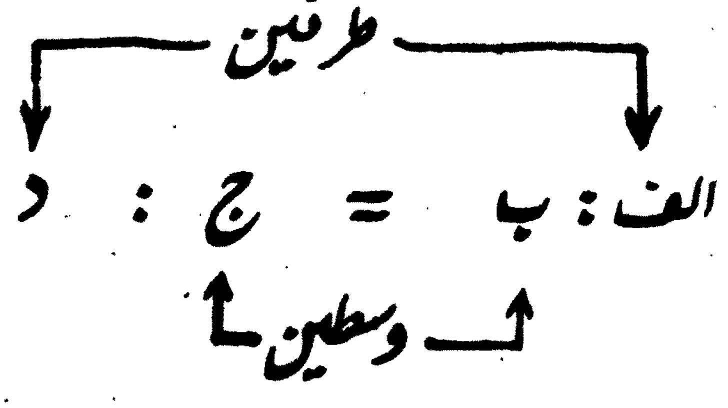
$$\text{الف} : \text{ب} = \text{ج} : \text{د} \quad \text{یا} \quad \frac{\text{الف}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$$

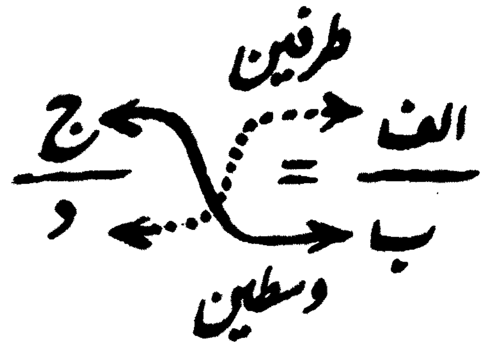
ب، ج و د یک تناسب به میان می آورد.

یک تناسب که از مساوات دونسبت به دست می آید دارای چهار حد می باشد.

$\overset{۱}{\text{الف}} : \overset{۲}{\text{ب}} = \overset{۳}{\text{ج}} : \overset{۴}{\text{د}}$ یا $\frac{\text{الف}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$

حدود هر دو طرف تناسب طرفین و حدود مابینی آن وسطین نامیده می شوند، یا به عبارت دیگر صورت نسبت اول و مخرج نسبت دوم بنام طرفین و مخرج نسبت اول و صورت نسبت دوم بنام وسطین یاد می شود.





تعریف : تساوی دونسبت را تناسب گویند مانند $\frac{۳}{۴} = \frac{۶}{۸}$ که نسبت $\frac{۳}{۴}$ بانسبت $\frac{۶}{۸}$ مساوی است. پس این دونسبت درین حالت یک تناسب را تشکیل میدهند.

خواص تناسب :

۱ـ در هر تناسب حاصل ضرب طرفین با حاصل ضرب وسطین مساوی است.

مثال: الف : ب = ج : د یا $\frac{\text{الف}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$

حل: الف × د = ب × ج

مثال عددی: ۱ : ۲ = ۴ : ۸ یا $\frac{۱}{۲} = \frac{۴}{۸}$

حل: ۱ × ۸ = ۲ × ۴

۸ = ۸

۲ـ در هر تناسب که جاهای طرفین یا وسطین باهم تبدیل گردد، تناسب جدیدی از آن بدست می آید.

مثال: الف : ب = ج : د یا $\frac{\text{الف}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$

حل: الف : ج = ب : د یا $\frac{\text{الف}}{\text{ج}} = \frac{\text{ب}}{\text{د}}$

مثال عددی: ۲ : ۵ = ۶ : ۱۵ یا $\frac{۲}{۵} = \frac{۶}{۱۵}$

حل: ۲ : ۶ = ۵ : ۱۵ یا $\frac{۲}{۶} = \frac{۵}{۱۵}$

۳ـ هرگاه در یک تناسب صورت ها و مخرج ها را باهم جمع نمائیم و یا مخرج ها را از صورت ها تفریق نموده و بر مخرج ها تقسیم نمائیم، یک تناسب جدیدی از آن بدست

مثال: $\frac{\text{الف}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$

حل: $\frac{\text{الف} + \text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج} + \text{د}}{\text{د}}$ یا

$\frac{\text{الف} - \text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج} - \text{د}}{\text{د}}$

می آید .

مثال عددی : $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

حل : $\frac{8-6}{8} = \frac{4-3}{4}$ یا $\frac{8+6}{8} = \frac{4+3}{4}$

$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ ، $\frac{14}{8} = \frac{7}{4}$

$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

۴ - هرگاه دو نسبت یک تناسب را تشکیل دهد معکوس آنها نیز یک تناسب را تشکیل میدهد .

مثال : اگر $\frac{2}{6} = \frac{4}{12}$ باشد پس $\frac{6}{2} = \frac{12}{4}$ نیز یک تناسب است .

حل : $4 \times 6 = 12 \times 2$

$24 = 24$

$12 \times 2 = 4 \times 6$

$24 = 24$

براساس خواص تناسب میتوانیم یک تناسب را به اشکال ذیل بنویسیم :

۱ - $\frac{12}{16} = \frac{6}{8}$ ۲ - $\frac{16}{12} = \frac{8}{6}$

۳ - $\frac{8}{16} = \frac{6}{12}$ ۴ - $\frac{16}{8} = \frac{12}{6}$

هرگاه یکی از حدهای چهارگانه تناسب مجهول باشد آنرا از روی خواص تناسب یافته میتوانیم .

مثال : $\frac{\text{؟}}{۲۸} = \frac{۳}{۷}$

حل : $\frac{\text{حد نامعلوم}}{۲۸} = \frac{۳}{۷}$

چون در یک تناسب حاصل ضرب طرفین با حاصل ضرب وسطین مساوی است لذا می نویسیم که : $\text{حد نامعلوم} \times ۷ = ۳ \times ۲۸$

$$\text{حد نامعلوم} = \frac{۲۸ \times ۳}{۷}$$

$$\text{حد نامعلوم} = \frac{۸۴}{۷} = ۱۲$$

پس $\frac{۳}{۷} = \frac{۱۲}{۲۸}$ می شود .

هم چنین اگر حد اول تناسب یا یکی از طرفین نامعلوم باشد آنرا طور ذیل یافته میتوانیم :

مثال : $\frac{\text{؟}}{۷} = \frac{۱۲}{۲۸}$ حل : $\frac{\text{حد نامعلوم}}{۷} = \frac{۱۲}{۲۸}$

$$\text{حد نامعلوم} \times ۲۸ = ۷ \times ۱۲$$

$$\text{حد نامعلوم} = \frac{۱۲ \times ۷}{۲۸}$$

$$\text{حد نامعلوم} = \frac{۸۴}{۲۸} = \frac{۳}{۱} = ۳$$

که این چنین سیت بنام سیت لایتناهی یاد می شود ، زیرا که تعداد عناصر این سیت بیرون از شمار و بی حد میباشد .

هم چنین شاگردانیکه درس خاصی را دریک جای معین مشترکاً میخوانند بنام صنف یاد می شود . اما اگر تعدادی از گوسفندان باهم یکجا باشند بنام رمهٔ گوسفندان یاد میگردد و مردم یک خانه را خانواده می گوئیم .

در مثال های فوق هفته ، اعداد طبعی ، صنف ، رمه و خانواده الفاظ مختلفی است که مطلب هرکدام از مجموع مشترکه آنها است . در لسان ریاضی برای مشترک نشان دادن اشیاء کلمهٔ سیت استعمال میگردد . چنانچه در مثال های فوق در عوض الفاظ صنف، خانواده و رمه می توانیم لفظ سیت را طور ذیل بنویسیم :

سیت متعلمین ، سیت اعضاء خانواده ، سیت گوسفندان وغیره .

یک سیت امکان دارد که اشیاء (عناصر) متشابه یا غیر متشابه داشته باشد .

حد نا معلوم = ۳ پس $\frac{۳}{۷} = \frac{۱۲}{۲۸}$ می شود .

از مثال های فوق نتایج ذیل بدست می آید :

۱ - هرگاه یکی از طرفین نا معلوم باشد حاصل ضرب وسطین را بر طرف معلوم تقسیم می نمائیم تا طرف نا معلوم بدست آید .

۲ - هرگاه یکی از وسطین نا معلوم باشد حاصل ضرب طرفین را بر وسط معلوم تقسیم می نمائیم تا وسط نا معلوم بدست آید .

تناسب مستقیم و معکوس :

۱ـ تناسب مستقیم : برای آشنا شدن با تناسب مستقیم مثالهای ذیل را مطالعه میکنیم :

مثال :- اگر قیمت یک متر تکه ۱۰ افغانی و قیمت دو (۲) متر تکه ۲۰ افغانی باشد پس قیمت ۳ متر تکه ۳۰ افغانی خواهد بود . ازین مثال آشکار میگردد که هر قدر طول تکه بیشتر گردد ، قیمت آن نیز به همان تناسب بیشتر میگردد .

مثال :- اگر یک نل آب در یک ساعت $\frac{۱}{۴}$ حصهٔ یک حوض را پر نماید و

در ۲ ساعت نصف ($\frac{1}{2}$) حوض ، در ۳ ساعت $\frac{3}{4}$ حصه و در ۴ ساعت تمام حوض را پر نماید . بناءً به اثبات میرسد که هر قدر تعداد ساعات زیاد می شود به همان تناسب حجم حوض نیز زیاد پر می شود .

مثال : اگر قیمت یک کیلوگرام گوشت ۴۰ افغانی باشد پس قیمت نیم ($\frac{1}{2}$) کیلو گرام گوشت ۲۰ افغانی و قیمت $\frac{1}{4}$ کیلوگرام گوشت ۱۰ افغانی خواهد بود ، پس دیده می شود که اگر مقدار گوشت کمتر شود ، قیمت آن نیز پائین می آید .

سه مثال فوق تناسب مستقیم بین دو کمیت را نشان میدهد که آنرا ذیلاً تعریف می نمائیم :

تناسب مستقیم : هرگاه بین دو کمیت یک رابطه موجود باشد طوریکه با افزایش یکی از آن ها کمیت دیگر نیز افزایش یابد و یا با کم شدن یکی ، کمیت دیگر نیز کم گردد ، پس میگوئیم که این دو کمیت باهم مستقیماً متناسب بوده و این چنین تناسب را تناسب مستقیم گویند .

۲ - تناسب غیر مستقیم (معکوس)

هرگاه در تناسب غیر مستقیم مقدار اولی افزایش می یابد ، مقدار دوم کم می شود ، و اگر مقدار اول کم گردد ، مقدار دوم افزایش می یابد .

مثلاً اگر یک دهقان یک زمین زراعتی را در (۴) روز قلبه میکند، دو نفر دهقان آنرا در ۲ روز و ۴ نفر آنرا در یک (۱) روز قلبه میکند.

در مثال فوق دیده می شود که هر قدر تعداد دهقانان بیشتر میگردد، تعداد روزها همانقدر کمتر میشود.

مثال: هرگاه (۲۰۰) افغانی را بر ۴ نفر تقسیم نمائیم هریکی را (۵۰) افغانی میرسد، و اگر ۲۰۰ افغانی را بر ۵ نفر تقسیم نمائیم هرکدام شانرا ۴۰ افغانی و اگر آنرا بر ۸ نفر تقسیم نمائیم هریکی را ۲۵ افغانی و اگر بر ۱۰ نفر تقسیم نمائیم هر نفر را ۲۰ افغانی میرسد.

از مثال فوق معلوم می شود که هر قدر تعداد نفر افزایش یابد همانقدر سهم پول یک نفر کم می شود. بر اساس مثال فوق تناسب غیر مستقیم (معکوس) را چنین تعریف می نمائیم.

تعریف: هرگاه در بین دو مقدار چنان رابطه وجود داشته باشد که با افزایش مقدار اول، مقدار دوم به همان تناسب کمتر گردد، و یا با کم شدن مقدار اول مقدار دوم به همان تناسب افزایش یابد پس این نوع رابطه را تناسب غیر مستقیم یا تناسب معکوس گویند و مقدار های

آنرا معکوساً متناسب گفته می شوند.

مثالهای تناسب :

۱- اگر قیمت ۶ کیلوگرام آرد ۱۵۳ افغانی باشد قیمت ۸ کیلوگرام آرد را معلوم کنید.

حل :-

$$\frac{\text{۶ کیلوگرام آرد}}{\text{۸ کیلوگرام آرد}} = \frac{\text{۱۵۳ افغانی}}{\text{س}}$$

$$\text{س} = \frac{۱۵۳ \times ۸}{۶} = \frac{۱۲۲۴}{۶} = \boxed{\text{۲۰۴ افغانی}}$$ جواب

۲- اگر میوهٔ یک باغ را ۲۰ نفر در ۱۰ روز جمع نماید، ۴۰ نفر آنرا در ظرف چند روز جمع خواهند کرد ؟

حل : چون مقدار ها معکوساً متناسب است، ازینرو می نویسیم که :

$$\frac{\text{۴۰ نفر}}{\text{۲۰ نفر}} = \frac{\text{۱۰ روز}}{\text{ن روز}}$$

یا ۲۰ نفر × ۱۰ روز = ۴۰ × ن

$$\text{ن} = \frac{۱۰ \times ۲۰}{۴۰} = \frac{۲۰۰}{۴۰} = ۵ \text{ روز .}$$

محترم معلم صاحب مثالهای دیگر را نیز درباره تناسب مستقیم و غیر مستقیم به شاگردان حل نماید.

۳- قیمت ۲۰ متر تکه (۲۰۰) افغانی است قیمت یک متر آن را دریابید؟

حل :- قیمت ۲۰ متر تکه = ۲۰۰ افغانی است .

قیمت یک متر تکه = $\frac{۲۰۰}{۲۰}$ = ۱۰ افغانی می شود .

۴- اگر ۵ نفر یک کار را در ۱۰ روز تمام میکنند، پس یک نفر همان کار را در چند روز تمام خواهد کرد ؟

حل :- ۵ نفر یک کار را در ۱۰ روز تمام میکنند

۱ نفر همان کار را در ۱۰ × ۵ = ۵۰ روز تمام میکند.

یادداشت :

از مثالهای فوق ظاهر میگردد که دو نسبت یا مستقیماً باهم متناسب خواهند بود و یا در بین آنها تناسب معکوس وجود خواهد داشت .

۵ - اگر اجورهٔ ۱۶ کارگر ۴۸۰ افغانی باشد ، اجوره ۱۲ کارگر چند خواهد بود ؟

حل : اجورهٔ ۱۶ کارگر = ۴۸۰ افغانی

اجوره یک کارگر = $\frac{۴۸۰}{۱۶}$

اجورهٔ ۱۲ کارگر = $\frac{۴۸۰ \times ۱۲}{۱۶}$ = ۳۶۰ افغانی .

۶- یک نجار در ۸ روز ۴۰۰ افغانی اجوره میگیرد ، درظرف ۱۵ روز چند افغانی بدست خواهد آورد ؟

حل- یک نجار در ۸ روز = ۴۰۰ افغانی میگیرد .

در یک روز = $\frac{۴۰۰}{۸}$ افغانی میگیرد .

در ۱۵ روز = $\frac{۴۰۰ \times ۱۵}{۸}$ = ۷۵۰ افغانی بدست خواهد آورد.

فیصد

در اکثر معاملات حسابی برای سهولت مقایسه و بیلانس حساب نسبت اعداد از روی صد تعین می شود .

مثلاً : اگر یک دکاندار از بابت فروش شکر ۲۵ درصد و از بابت فروش چوب ۱۰ درصد فایده کند ، پس عدد ۲۵ و ۱۰ بنام فیصدی آنها یاد می شود . با استفاده از مثال فوق فیصد را چنین تعریف می نمائیم :

فیصد در لغت عبارت است از عدد تعین شده درصد ، و در حساب تعین نمودن نسبت حسابات از روی صد بنام فیصد یاد می شود .

علامه فیصد چنین (٪) است که در معاملات حسابی برای نمایش

فیصد استعمال میگردد . مثلاً ۵ فیصد را چنین می نویسیم (۵ ٪) ، و ۲۵ فیصد چنین (۲۵ ٪) نوشته می شود .

برای معلوم نمودن فیصد مقادیر از طریقهٔ تناسب کارگرفته می شود . مثلاً یک دکاندار در (۵۰۰۰) افغانی (۸۰۰) افغانی فایده کرده است مفاد صد افغانی را معلوم کنید ؟

حل : فایدهٔ ۵۰۰۰ افغانی ۸۰۰ افغانی است .

فایدهٔ ۱۰۰ افغانی معلوم نیست که آنرا به حرف س نشان میدهیم .

$$س = \frac{۸۰۰ \times ۱۰۰}{۵۰۰۰} = ۱۶ ٪$$

پس می گوئیم که مفاد دکاندار مذکور ۱۶ ٪ است .

مثال : اگر از ۲۰۰۰ لیتر آب دریا ۶۰۰ کیلوگرام نمک بدست آید مقدار فیصدی نمک را در آب دریا معلوم نمائید .

حل :- ۲۰۰۰ ۶۰۰

۱۰۰ س

$$س = \frac{\text{مقدار مربوط} \times ۱۰۰}{\text{مقدار}} \quad \frac{۶۰۰ \times ۱۰۰}{۲۰۰۰} = ۳۰ ٪$$

مثال :- ۶۰۰ لیتر محلول ۱۵ ٪ الکل دارد ، می خواهیم مقدار الکل خالص را دریافت نمائیم .

حل : ۶۰۰ لیتر محلول ۱۵ ٪ الکل

الکل خالص س

$$س = \frac{۶۰۰ \times ۱۵}{۱۰۰} = ۹۰$$ لیتر الکل خالص

تمرین

۱- نسبت بین ۸ روز و ۲۴ روز چند است ؟

۲- نسبت بین دو طول ۴۵ است اگر طول اول ۸،۲۵ متر باشد طول دومی را معلوم کنید .

۳- نسبت بین $۶\frac{۳}{۵}$ گرام و ۴ گرام چند است ؟

۴- نسبت بین $۱۴\frac{۱}{۲}$ متر و $۵\frac{۲}{۳}$ متر را معلوم کنید ؟

۵- نسبت بین ۱۵ دقیقه و ۱۵ ساعت را معلوم کنید ؟

۶ - نسبت بین دو طول $۷\frac{۲}{۴}$ است اگر طول دوم ۶۲،۲۵ متر باشد طول اولی را دریابید .

۷ - طول یک جاده $\frac{۳}{۴}$ کیلومتر و طول جاده دیگر $\frac{۴}{۵}$ کیلومتر است نسبت بین طول هر دو جاده را دریابید ؟

۸ - عمر یک پدر ۶۵ سال و عمر پسرش ۲۵ سال است نسبت عمر شان را دریابید .

۹ - نسبت بین دو طول $۵\frac{۱}{۵}$ است ، اگر طول اول ۴۲،۵ متر باشد طول دومی را معلوم کنید ؟

۱۰ - یک نسبت مساوی با $\frac{۳}{۷}$ را بدست آرید که مجموع دو حد آن ۸۰ باشد .

۱۱ - قیمت یک متر کرباس ۴،۵ افغانی و قیمت یک متر سان ۸ افغانی است نسبت بین قیمت های کرباس و سان را دریابید .

۱۲ - نسبتی را دریابید که با نسبت $\frac{۳}{۵}$ مساوی بوده و مجموع حدود آن ۵۶ باشد .

۱۳ - نسبتی را بدست آرید که با نسبت $\frac{۵}{۱۱}$ مساوی بوده و فرق حدود

آن ۶۰ باشد .

۱۴ - در سوالات ذیل سه حد یک تناسب معلوم می باشد حد نا معلوم آنها را دریابید .

I :- الف = ۵	II : الف = ۹	III :- الف = ۱۰
ب = ۸	ب = ۹	ب = ۱۲
ج = ۷	ج = ۹	ج = ۶۳
د = ؟	د = ؟	د = ؟

۱۵ - یک نل آب حوض را در ۴۰ ساعت و نل دیگر آنرا در ۶۰ ساعت پر میکند ، هردو نل حوض مذکور را ظرف چندساعت پرخواهندکرد ؟

۱۶ - در مدت ۱۵ روز برای ۱۴ اسپ ۱۰۶۴ کیلوگرام علف کفایت میکند ، ۸ اسپ در ۷۵ روز چقدر علف ضرورت دارند ؟

۱۷ - از جملهٔ ۲۵۰۰ تن اشتراک کنندگان در یک امتحان ، ۲۰۰۰ نفر کامیاب شدند ، فیصدی افراد کامیاب شده را معلوم کنید ؟

۱۸ - ۵۰ کیلوگرام شیر ، ۳۵ کیلوگرام آب دارد فیصدی شیر خالص را معلوم کنید ؟

تعریف: مجموع اشیای مشخص و معین را سیت گویند.

از مطالعهٔ مثالهای ذیل مفهوم سیت را خوبتر میتوان فهمید.

۱- سیت اسمای پنج نفر همصنفان ما = {احمد، محمود، حامد، حمید، مجاهد}

۲- سیت اعداد از ۸ الی ۱۴ = {۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴}

۳- سیت نامهای میوه هائیکه در محیط ما یافت می شوند = {انار، سیب، تربوز، زردالو، انگور ....}

۴- سیت نامهای بعضی ولایات افغانستان

= {ننگرهار، کابل، هرات، قندهار، پکتیا، لوگر، غزنی، کنر، لغمان}

۵- سیت تمام صنوف مدرسهٔ ما

= {صنف اول، صنف دوم، صنف سوم، صنف چهارم، صنف پنجم، صنف ششم}

۱۹- در یک شهر ۲۰۰۰۰۰ نفر سکونت دارند که از آن جمله ۷۵۰۰ نفر علوم دینی را فرا میگیرند و تعداد دیگر علوم اسلامی و عصری را می آموزد تعداد فیصدی هر دو گروه را معلوم کنید ؟

۲۰- از جمله (۵۰۰) نفر شاگردان یک مدرسه ۳۵ نفر ناکام مانده اند فیصدی شاگردان ناکام چند است ؟

۲۱- اگر در ۲۰۰ لیتر سرکه ۱۲۰ لیتر آب باشد فیصدی سرکهٔ خالص را دریابید ؟

۲۲- اگر ۵۵ کیلوگرام روغن کنجد از روی ۳۵ ٪ بدست آمده باشد، کنجد چند کیلوگرام خواهد بود ؟

۲۳- اگر ۵ ٪ معاش یک مامور در بیمهٔ صحی مصرف می شود و معاش سالانهٔ مامور مذکور ۱۲۰۰۰۰ افغانی باشد پس ظرف یکسال چقدر پول در بیمه مصرف می شود ؟

۲۴- از یک مقدار برنج ۴۵ کیلوگرام نشایسته بدست می آید، اگر برنج ۸۵ ٪ نشایسته داشته باشد مقدار اصلی برنج را معلوم کنید ؟

۲۵ - اگر در یک نوع میوه ۰،۰۵ ٪ ویتامین موجود باشد، ۲۰۰ گرام ویتامین از چندگرام میوه بدست می آید ؟

۲۶- اگر برای شمول در امتحان سالانهٔ مدارس (۷۵ ٪) حاضری شرط باشد و یک متعلم از (۲۵۰) روز یک سال تعلیمی (۱۵۵) روز حاضر باشد، در امتحان شامل شده می تواند یا خیر ؟

فصل پنجم

مقیاسات

واحد طول :

واحد قیاسی طول متر است .

متر : چند قرن پیش ساینس دانان فرانسوی خواستند تا یک عامل طبعی را برای واحد طول معیار تعین نمایند . آنها فاصلهٔ بین قطب زمین و خط استوا را اندازه‌گیری نموده وسپس آنرا بر ده میلیون حصهٔ مساوی تقسیم کردند و هرحصه آنرا متر نامیدند .

متر معیاری بین المللی از الیاژ پلاتین و ایریدیوم بشکل یک میله ساخته شده است . طول این متر معیاری با $\frac{1}{10000000}$ حصهٔ فاصله بین خط استوا و قطب زمین مساوی است . این متر معیاری در « سیور » نزدیک پاریس که محل نگهداشت مقیاسات بین المللی می باشد محفوظ نگهداشته شده است .

متر را طور خلاصه چنین می توان تعریف نمود :

طول $\frac{1}{10000000}$ حصهٔ چهارم قسمت نصف النهار کرهٔ زمین یک متر است .

اجزا متر	اضعاف متر
۱ متر = ۱۰ دسی متر	۱ کیلومتر = ۱۰ هکتومتر
۱ دسی متر = ۱۰ سانتی متر	۱ هکتومتر = ۱۰ دیکامتر
۱ سانتی متر = ۱۰ ملی متر	۱ دیکامتر = ۱۰ متر

واحد وزن :-

واحد معیاری وزن گرام است .

گرام : وزن یک سانتی متر مکعب آب خالص (مقطر) در حرارت ۴ درجهٔ سانتی گراد عبارت از یک گرام است . یک سانتی متر مکعب را سی سی هم گویند . گرام نیز دارای اجزاء و اضعاف میباشد .

۱۰۰۰ گرام با یک کیلوگرام برابر است که در زندگی روزمره برای وزن کردن اجسام از آن کار گرفته می شود .

کیلوگرام به شکل استوانه بوده که از مخلوط پلاتین و اریدیوم ساخته شده است و در پاریس با متر بین المللی یکجا نگهداشته می شود .

اجزاء گرام	اضعاف گرام
۱ گرام = ۱۰ دیسی گرام	۱ کیلوگرام = ۱۰ هکتوگرام
۱ دیسی گرام = ۱۰ سانتی گرام	۱ هکتوگرام = ۱۰ دیکا گرام
۱ سانتی گرام = ۱۰ ملی گرام	۱ دیکا گرام = ۱۰ گرام

واحد سطح :

واحد قیاسی سطح متر مربع است .

متر مربع :- متر مربع عبارت از مربعی است که طول هر ضلع آن یک متر باشد .

اجزاء متر مربع	اضعاف متر مربع
۱ متر مربع = ۱۰۰ دیسی متر مربع	۱ کیلومتر مربع = ۱۰۰ هکتومتر مربع
۱ دیسی متر مربع = ۱۰۰ سانتی متر مربع	۱ هکتومتر مربع = ۱۰۰ دیکا متر مربع
۱ سانتی متر مربع = ۱۰۰ ملی متر مربع	۱ دیکا متر مربع = ۱۰۰ متر مربع

واحد حجم :

واحد قیاسی حجم متر مکعب نامیده میشود و آن مکعبی است که طول هر ضلع (طول ، عرض ، ضخامت) آن یک یک متر باشد .

اجزاء و اضعاف متر مکعب قرار ذیل می باشد :

اجزاء متر مکعب	اضعاف متر مکعب
۱ متر مکعب = ۱۰۰۰ دیسی متر مکعب	۱ کیلومتر مکعب = ۱۰۰۰ هکتومتر مکعب
۱ دیسی متر مکعب = ۱۰۰۰ سانتی متر مکعب	۱ هکتومتر مکعب = ۱۰۰۰ دیکا متر مکعب
۱ سانتی متر مکعب = ۱۰۰۰ ملی متر مکعب	۱ دیکا متر مکعب = ۱۰۰۰ متر مکعب

تمرین

۱- طول متر چقدر است ؟

۲- کیلوگرام و متر معیاری از کدام چیز ها ساخته شده اند ؟

۳- واحدات سطح و حجم چه نام دارند ؟

۴- اجزاء و اضعاف واحدات سطح و حجم را بگوئید .

فصل ششم

جیومتری یا هندسه

تعریف : جیومتری دو لفظ یونانی است که:
جیو به معنای زمین و متری به معنای اندازه کردن است . پس جیومتری علم اندازه گیری زمین یا هندسه را گویند . ازینرو هندسه را چنین تعریف می نمائیم :

هندسه یکی از شعبات ریاضی است که شکل اجسام جامد فضاء ، سطح ، خطوط منحنیات و نقاط را مورد بحث قرار میدهد .

هندسه علم اندازه گیری است و اشکال و اجسام هندسی را مورد مطالعه قرار میدهد .

فواید هندسه

مهندسین و انجنیران برای نقشه کشی تعمیرات و ساختن آنها ، تخمین نمودن مواد مورد ضرورت عمارات ، اندازه گیری اجسام و مساحت زمین ، مطالعات

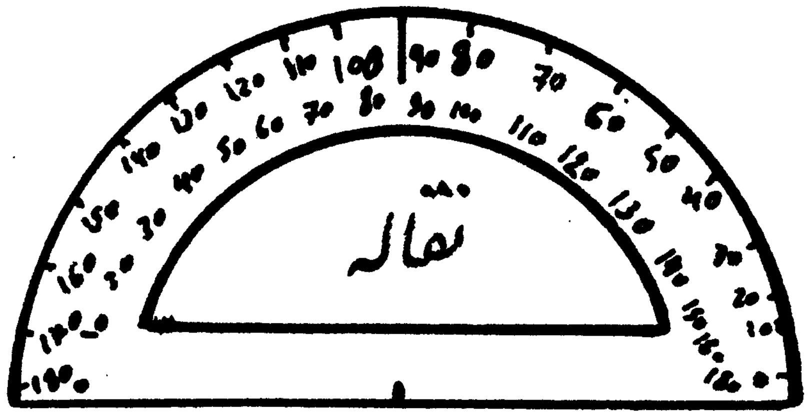
فضائی و بحری و ساختن انواع وسایل تخنیکی که در بحر و بر و فضا در حرکت اند ، از هندسه استفاده می جویند .

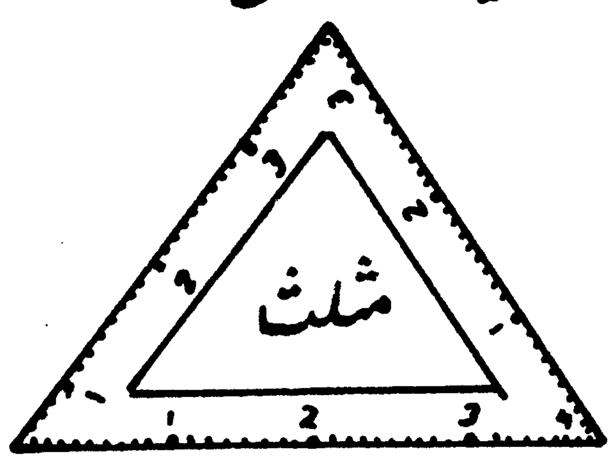
دانشمندان قرن حاضر براساس این شعبهٔ ریاضی سعی می ورزند تا برای آرامش انسان معلومات و وسایل جدیدی را بمیان آورند .

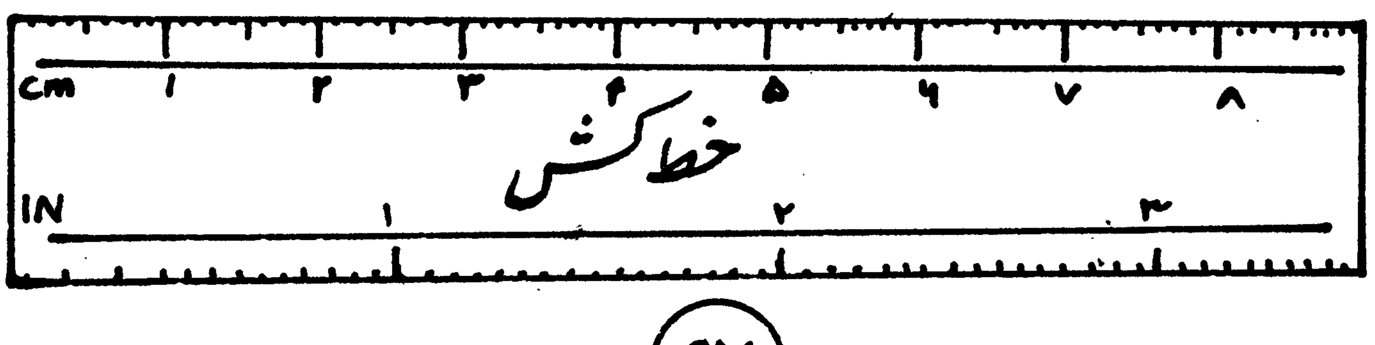
چون هندسه یکی از شعبات ریاضی است پس در نیروی فطری و رشد فکری انسان نیز نقش مهمی را بازی می کند .

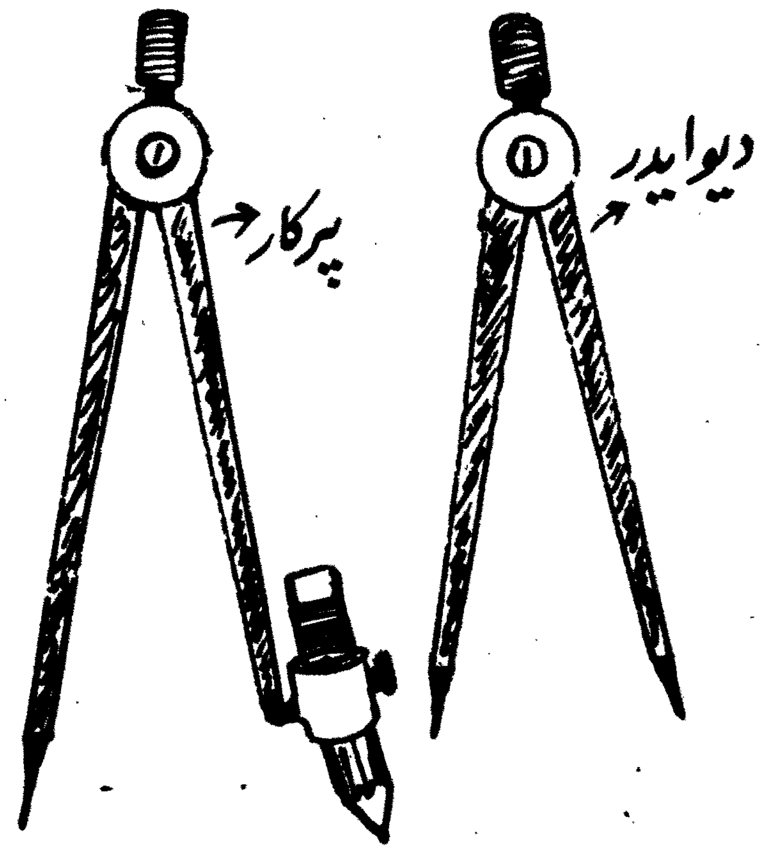
بکس هندسی :

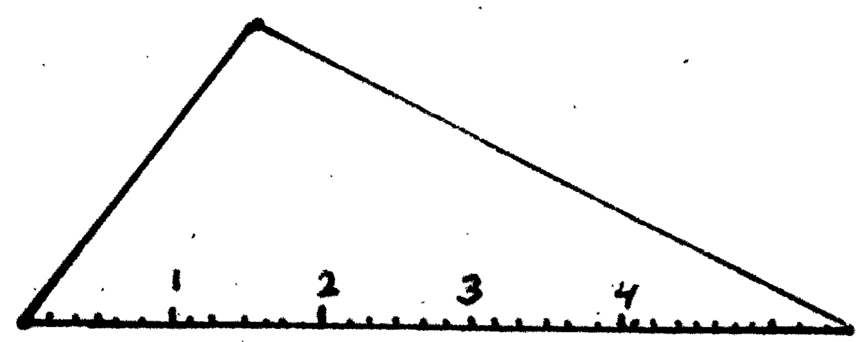
بکس هندسی عبارت از صندوقچهٔ است که وسایل ترسیم اشکال هندسی در آن گذاشته می شوند . در این بکس دو مثلث ، یک نقاله ، یک دیوایدر یک پرکار و یک خط کش موجود می باشد .











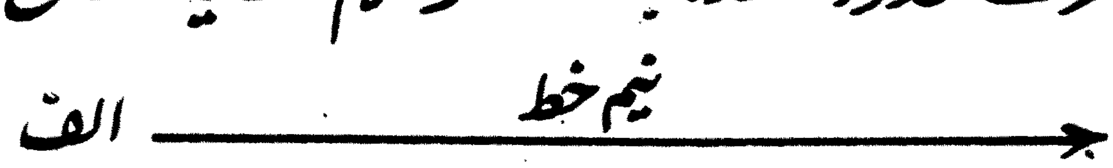
نقطه : نقطه شکلی است که ابعاد (طول ، عرض ، ضخامت) ندارد ، مانند انجام خط و کنج خانه یا میز .

نقطه توسط یک حرف نشان داده می شود مانند نقطهٔ ج

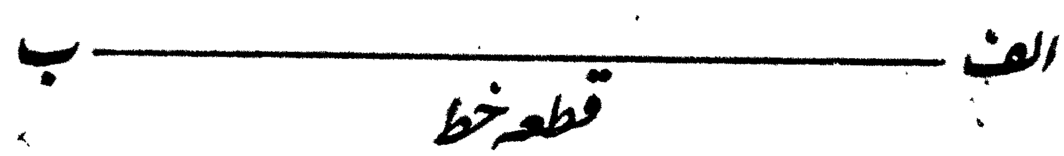
خط : خط طولی است بدون عرض وضخامت که از حرکت نقطه حاصل می شود. مانند کنارهٔ میز یا کتاب .



اگر خط از یکطرف محدود شده باشد آنرا نیم خط یا شعاع خطی گویند .



اگر خط از هر دو طرف محدود شده باشد آنرا قطعه خط گویند .

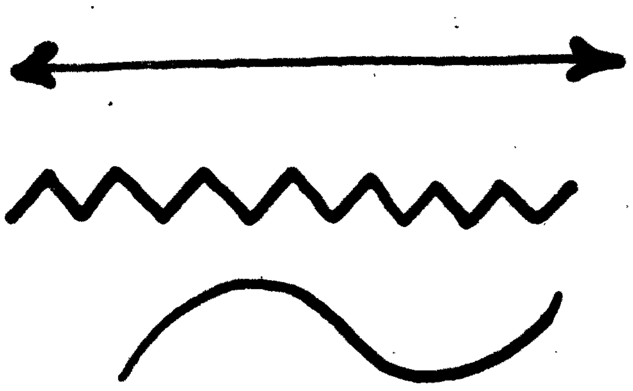


خط بر سه قسم است .

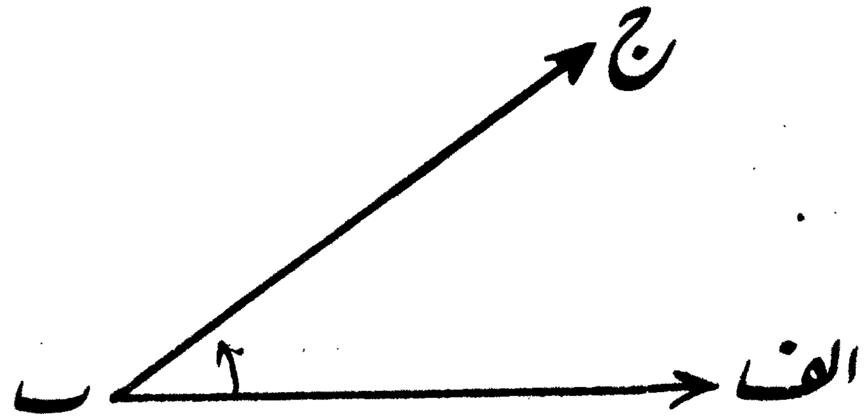
۱ـ خط مستقیم

۲ـ خط منکسر

۳ـ خط منحنی



زاویه : هرگاه یک شعاع خطی به اطراف یک نقطهٔ ثابت دوران نماید شکل حاصل شده بین موقعیت ابتدائی و نهائی آنرا زاویه گویند . نقطهٔ ثابت را رأس زاویه و موقعیت های ابتدائی و نهائی شعاع خطی را اضلاع زاویه می نامند .



زاویه به سه حرف نشان داده می شود مانند زاویه الف،ب،ج .

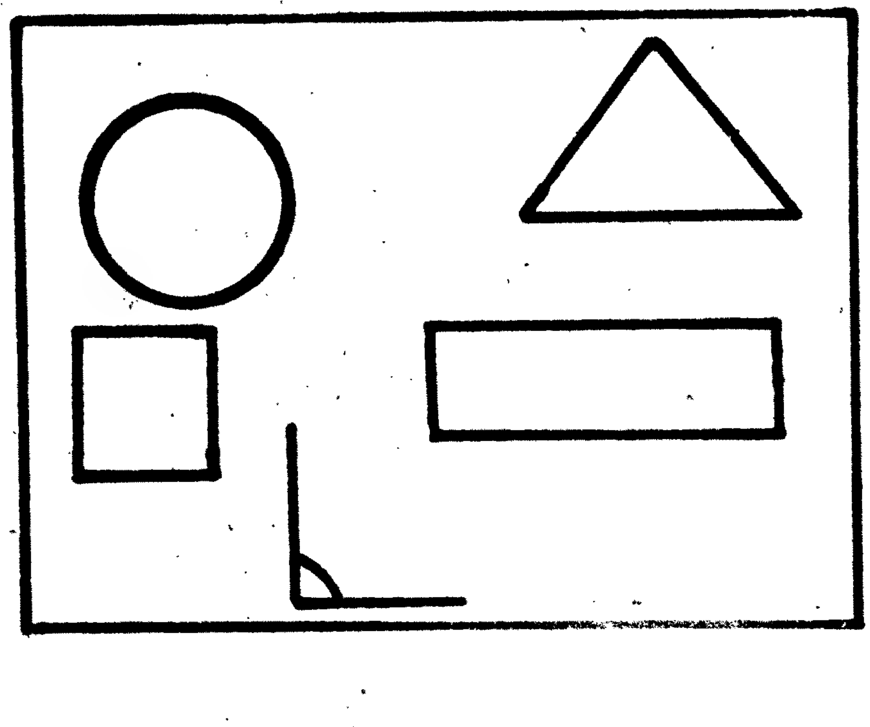
تبصره :

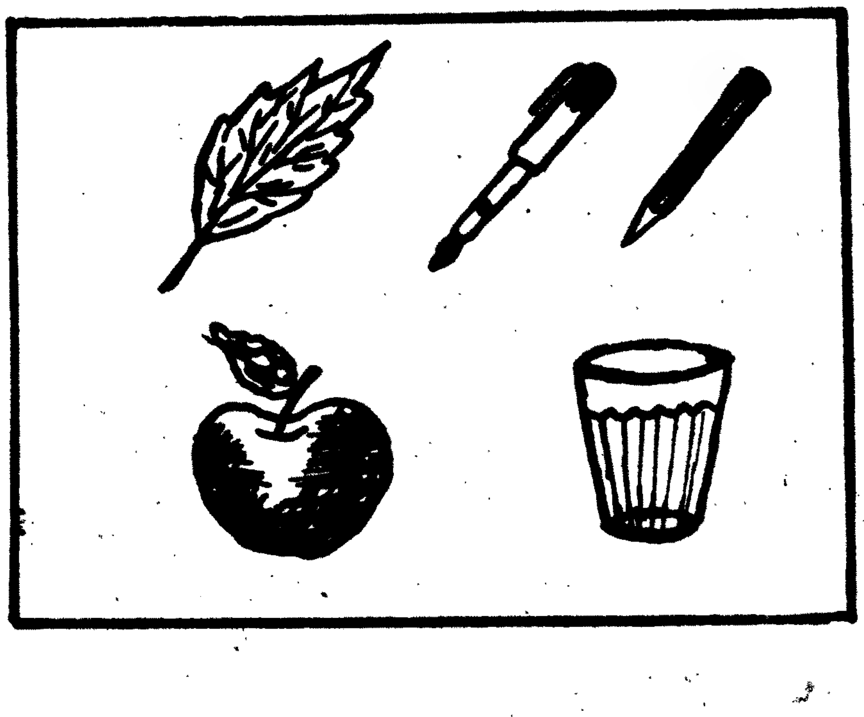
هرگاه یک شعاع خطی در اطراف یک نقطهٔ ثابت دوران مکمل راطی

۶- سیت ظروف نان خوری = {غوری، کاسه، کندول، قاب، قاشق .....}

۷- سیت ظروف چای خوری = {}

نمایش سیت : سیت بصورت عمومی توسط چوکات یا قوس‌ها نشان داده می شود . اشیای یک سیت توسط چوکات چنین نشان داده می شوند :





فهرست مندرجات

دولت اسلامی افغانستان
وزارت تعلیم و تربیه
ریاست تالیف و ترجمه

ریاضی

صنف ششم

ریاضی

برای صف ششم

مؤلفین :

باطن شاه «صافی»

روژه گل «وصدتی»

غلام صدیق

آغاگل «شاکر»

عبدالمبین

خطاط :- سید نذیر

بسم الله الرحمن الرحيم

رهنما برای معلم

۱- قبل از این که معلم صاحب داخل صنف میشود باید پلان درسی را باخود داشته باشد.

۲- پلان درسی باید مطابق ساعت درسی ترتیب و تهیه شود. برای معلم ضروری است که دراین مورد دقت نماید.

۳- معلم صاحب باید به وقت معین به صنف داخل شود.

٤- معلم صاحب باید بالباس پاک داخل صنف شود.

٥- برای معلم لازم است تادر وقت داخل شدن به صنف سلام بگوید.

٦- در شروع درس جدید معلم باید بسم الله الرحمن الرحیم بگوید.

۷- معلم صاحب باید بادر نظرداشت مقوله «کلموالناس علی قدر عقولهم» تدریس نماید. یعنی تدریس باید به سویه و لسان شاگردان صورت گیرد.

۸- معلم صاحب برای تدریس خوبتر فضای مساعد را درصنف آماده سازد.

۹- برای اینکه در تدریس موثریت پیداشود برای معلم ضروری است که طرز تدریس خود را یکنواخت نسازد.

۱۰- معلم صاحب همیشه خود را به صفت همکار به صنف و شاگردان نشان دهد.

۱۱- معلم صاحب باید وظیفهٔ خانه گی شاگردان را ملاحظه نموده و

۱۳- معلم صاحب بایدشاگردان خودرا درجریان تدریس ارزیابی نماید.

۱٤- برای معلم صاحب لازم است تا درمیان شاگردان خود روابط حسنه و برادری را قایم نماید .

۱۵- معلم صاحب باید شاگردان خود را بشناسد تا در تدریس مؤثریت به میان آید .

۱٦- معلم صاحب باید شاگردان خود را در تدریس سهیم نماید.

۱۷- معلم صاحب باید در اثنای درس بعد از ختم آن به شاگردان حق سوال کردن را بدهد .

۱۸- معلم صاحب باید به شاگردان وظیفهٔ خانگی بدهد و آنرا ملاحظه و اصلاح نماید .

۱۹- معلم صاحب باید با استفاده از مواد محیطی « سنگ ریزه ها» گل، دانهٔ جواری و غیره عملیات جمع - تفریق- ضرب و تقسیم را عملاً به شاگردان نشان دهد و هم از مواد درسی از قبیل چارتها، نقشه ها، پوسترها و مواد سمعی و بصری کار گیرد .

۲۰- برای معلم محترم لازم است تا به شاگردان در فضای صمیمیت طوری جواب دهد تا در آینده استعداد سوال نمودن شاگردان پژمرده نگردد.

۲۱- معلم صاحب به شاگردان تفهیم نماید که تمرینات این کتاب را به کتابچه های خود نقل و درآن حل نمایند .